

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

---

Естественнонаучный факультет

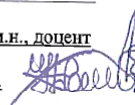
Кафедра математики и физики

«УТВЕРЖДАЮ»

« 28 » августа 2023 г.

Зав. кафедрой к.ф.м.н., доцент

Ф.И.О. Гойбов Д.С.



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по учебной дисциплине

**Методы решения дифференциальных уравнений в частных  
производных первого порядка**

---

**01.03.01– Математика**

---

**профиль «Общая математика»**

---

Душанбе 2023 г.

**ПАСПОРТ  
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине Методы решения дифференциальных уравнений в частных производных  
первого порядка

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Количество заданий для экзамена / зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Количество
1	Линейные уравнения с двумя независимыми переменными.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия Письменные упражнения	1 1 1
2	Задача Коши и ее характеристики. Примеры постановок, приводящих к дифференциальным уравнениям.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
3	Линейные уравнения в частных производных первого порядка с любым числом независимых переменных.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
4	Вспомогательная теорема о существовании и единственности решений задачи Коши.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
5	Нелинейные уравнения первого порядка	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
6	Характеристические многообразия	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
7	Метод Коши и задача Коши для уравнения 1-го порядка в случае двух независимых переменных	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 1
8	Задача Коши и метод Коши для уравнения первого порядка в случае любого числа независимых переменных	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 1
9	Полный, общий и особый интегралы в случае двух переменных.	ПК-4 ПК-5	4	Выступление Коллоквиум	2 3

		ПК-6		Дискуссия	1
10	Полный интеграл в случае любого числа переменных	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 1
11	Полный интеграл и задача Коши.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 2
12	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка и линейные системы Системы двух уравнений первого порядка.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 2
13	Метод Лагранжа-Шарпи.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 2
14	Интегрирование полных систем. Полные и якобиевы системы.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 2
15	Канонические системы.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
16	Канонические системы. Скобки Пуассона. Метод Якоби.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 3
17	Метод можарантных рядов. Теорема Ковалевской.	ПК-4 ПК-5 ПК-6	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 3
Всего:			68	3	100

## ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

### Формируемые компетенции

**ПК-4** – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** – Способен организовать исследования в области математики

**ПК-6** – Способен выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью

**Выступление** – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов:

- творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

1. Постановка задачи об интегрировании уравнений с частными производными
2. Критерий общности решения дифференциальных уравнений и из него получения всех частных решений
3. Задача Коши для уравнения первого порядка разрешенных относительно одной из частных производных
4. Уравнение в частных производных первого порядка с двумя независимыми переменными, не содержащее производную по одной независимой переменной
5. Общее решение однородного уравнения в частных производных второго порядка
6. Геометрическая интерпретация задачи интеграции уравнения в частных производных первого порядка с двумя независимыми переменными, а также условия Коши.
7. Кривые независимые характеристики.
8. Соответствующие системы уравнений в симметрической форме для линейного однородного уравнения в частных производных
9. Понятие первых интегралов систем уравнений
10. Общее решение линейного однородного уравнения в частных производных 1-го порядка в явном виде
11. Задача Коши для линейного уравнения в частных производных 1-го порядка с  $n$  независимыми переменными
12. Геометрическое свойство поверхностей, удовлетворяющих линейные уравнения в частных производных 1-го порядка
13. Задача Коши для уравнения, зависящего от 3-х независимых переменных
14. Приведение к однородному линейному уравнению линейного неоднородного уравнения с частными производными 1-го порядка
15. Линейные уравнения между 3-мя переменными.
16. Геометрическое истолкование уравнения с тремя переменными
17. Понятие характеристических кривых
18. Показ о том, что каждая интегральная поверхность составляется из характеристик
19. Задача Коши в обобщенной форме
20. Уравнения всевозможных канонических поверхностей в неявном виде
21. Уравнения всевозможных канонических поверхностей в явном виде
22. Геометрический смысл характеристик и общего решения
23. Необходимое условие совместимости системы двух уравнений первого порядка
24. Условия, при которых система двух уравнений первого порядка имеет бесконечное множество решений
25. Достаточное условие совместимости системы двух уравнений первого порядка

#### **Требование к выступлению:**

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

#### **Критерии оценки по выступлению:**

**Отметка «5».** Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

**Отметка «4».** Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

**Отметка «3».** Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

**Отметка «2»** выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

### Формируемые компетенции

**ПК-4** – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** – Способен организовать исследования в области математики

**ПК-6** – Способен выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью

**Коллоквиум** – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1.  $\frac{dx}{dt} = \frac{x^2 - t}{y}, \frac{dy}{dt} = -x; \varphi_1 = t^2 + 2xy; \varphi_2 = x^2 - ty.$
2.  $x = xy, y = x^2 + y^2, ; \varphi_1 = x \ln y - x^2 y; \varphi_2 = \frac{y^2}{x^2} - 2 \ln x.$
3.  $\frac{dx}{y} = -\frac{dy}{x} = \frac{dz}{u} = -\frac{du}{z}; \varphi = yz - ux.$

Для каждого из уравнений найти общее решение:

4.  $y \frac{dz}{dx} - x \frac{dx}{dy} = 0.$
5.  $(x + 2y) \frac{dz}{dx} - y \frac{dx}{dy} = 0.$
6.  $x \frac{du}{dx} + y \frac{dx}{dy} + z \frac{du}{dz} = 0.$
7.  $(x - z) \frac{du}{dx} + (y - z) \frac{dx}{dy} + 2z \frac{du}{dz} = 0.$
8.  $y \frac{dz}{dx} + x \frac{dz}{dy} = x - y.$
9.  $e^x \frac{dz}{dx} + y^2 \frac{dz}{dy} = ye^x.$
10.  $xy \frac{dz}{dx} + x^2 \frac{dz}{dy} = yz.$
11.  $x \frac{dz}{dx} + 2y \frac{dz}{dy} = x^2 y + z.$
12.  $(x^2 + y^2) \frac{dz}{dx} + 2xy \frac{dz}{dy} + z^2 = 0.$

13.  $2y^4 \frac{dz}{dx} + xy \frac{dz}{dy} = x\sqrt{z^2 + 1}$ .
14.  $x^2 z \frac{dz}{dx} + y^2 z \frac{dz}{dy} = x + y$ .
15.  $yz \frac{dz}{dx} + xz \frac{dz}{dy} = e^z$ .
16.  $(z - y)^2 \frac{dz}{dx} + xz \frac{dz}{dy} = xy$ .
17.  $xy \frac{dz}{dx} + (x - 2z) \frac{dz}{dy} = yz$ .
18.  $y \frac{dz}{dx} + z \frac{dz}{dy} = \frac{y}{x}$ .
19.  $\sin^2 x \frac{dz}{dx} + \operatorname{tg} z \frac{dz}{dy} = \cos^2 z$ .
20.  $(x + z) \frac{dz}{dx} + (y + z) \frac{dz}{dy} = x + y$ .
21.  $(xz + y) \frac{dz}{dx} + (x + yz) \frac{dz}{dy} = 1 - z^2$ .
22.  $(y + z) \frac{du}{dx} + (z + x) \frac{du}{dy} + (x + y) \frac{du}{dz} = u$ .
23.  $(y + 2z^2) \frac{dz}{dx} - 2x^2 z \frac{dz}{dy} = x^2$ ;  $x = z$ ,  $y = x^2$ .
24.  $(x - y) \frac{dz}{dx} - (y - z) \frac{dz}{dy} = 2z$ ;  $x - y = 2$ ,  $z + 2x = 1$ .
25.  $xy^3 \frac{dz}{dx} + x^2 z^2 \frac{dz}{dy} = y^3 z$ ;  $x = -z^3$ ,  $y = z^2$ .
26.  $x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = 2xy$ ;  $y = x$ ,  $z = x^2$ .
27.  $x \frac{du}{dx} + y \frac{du}{dy} + (z + u) \frac{du}{dz} = xy$ .
28.  $(u - x) \frac{du}{dx} + (u - y) \frac{du}{dy} + z \frac{du}{dz} = x + y$ .
29.  $x \frac{du}{dx} + y \frac{du}{dy} + (z + u) \frac{du}{dz} = xy$ .

Найти решения уравнений, удовлетворяющие указанным условиям:

30.  $x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = 0$ ;  $z = 2x$  при  $y = 1$ .
31.  $\frac{dz}{dx} + (2e^x - y) \frac{dz}{dy} = 0$ ;  $z = y$  при  $x = 0$ .
32.  $2\sqrt{x} \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = 0$ ;  $z = y^2$  при  $x = 1$ .
33.  $\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} + 2 \frac{du}{dz} = 0$ ;  $u = yz$  при  $x = 1$ .

$$34. x \frac{du}{dx} + y \frac{du}{dy} + xy \frac{du}{dz} = 0; \quad u = x^2 + y^2 \text{ при } z = 0.$$

$$35. y^2 \frac{dz}{dx} + xy \frac{dz}{dy} = x; \quad x = 0, \quad z = y^2.$$

$$36. x \frac{dz}{dx} + 2y \frac{dz}{dy} = x^2 + y^2; \quad y = 1, \quad z = x^2.$$

$$37. x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = z - xy; \quad x = 2, \quad z = y^2 + 1.$$

$$38. \operatorname{tg} x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = z; \quad y = x, \quad z = x^3.$$

$$39. x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = z^2(x - 3y); \quad x = 1, \quad yz + 1 = 0.$$

$$40. x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = z - x^2 - y^2; \quad y = -2, \quad z = x - x^2.$$

$$41. yz \frac{dz}{dx} + xz \frac{dz}{dy} = xy; \quad x = a, \quad y^2 + z^2 = a^2.$$

$$42. z \frac{dz}{dx} + xy \frac{dz}{dy} = 2zx; \quad x + y = 2, \quad yz = 1.$$

$$43. z \frac{dz}{dx} + (z^2 - x^2) \frac{dz}{dy} + x = 0; \quad y = x^2, \quad z = 2x.$$

$$44. (y - z) \frac{dz}{dx} + (z - x) \frac{dz}{dy} = x - y; \quad z = y = -x.$$

$$45. x \frac{dz}{dx} + (xz + y) \frac{dz}{dy} = z; \quad x + y = 2z, \quad xz = 1.$$

$$46. y^2 \frac{dz}{dx} + yz \frac{dz}{dy} + z^2 = 0; \quad x - y = 0, \quad x - yz = 1.$$

$$47. x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = z - xy; \quad x = 2, \quad z = y^2 + 1.$$

$$48. x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = z - xy; \quad x = 2, \quad z = y^2 + 1.$$

$$49. x \frac{dz}{dx} + y \frac{dz}{dy} = y; \quad y = 2z, \quad x + 2y = z.$$

Найти поверхности, удовлетворяющие данным уравнениям Пфаффа

$$50. (x - y)dx + zdy - xdz = 0.$$

### Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

### Формируемые компетенции

**ПК-4** – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** – Способен организовать исследования в области математики

**ПК-6** – Способен выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью

1. Существование и единственность решения системы двух уравнений первого порядка
2. Уравнение Пфаффа
3. Геометрическое истолкование уравнения Пфаффа
4. Необходимое и достаточное условие интегрируемости уравнения Пфаффа
5. Геометрическое истолкование условия полной интегрируемости уравнения Пфаффа
6. Случай, когда для уравнения Пфаффа не выполняется условие полной интегрируемости
7. Геометрическая интерпретация интегрального многообразия, удовлетворяющее уравнению Пфаффа
8. Пфаффовы формы
9. Приведение Пфаффовы формы к простейшему каноническому виду
10. Об уравнении Пфаффа, допускающее интегрирующий множитель
11. Уравнение Пфаффа не удовлетворяющий условию интегрируемости
12. Полный интеграл уравнения в частных производных 1-го порядка
13. Особый интеграл
14. Общий интеграл уравнения в частных производных первого порядка
15. О вхождении решения уравнения в частных производных первого порядка или в полный или общий, а также особый интеграл
16. Характеристические линии
17. Метод Лагранжа-Шарпи нахождения полного интеграла
18. Скобки Пуассона
19. Решение задачи Коши по известному полному интегралу
20. Нахождение особого интеграла
21. Метод Коши для двух независимых переменных
22. Определение характеристик из дифференциальных уравнений
23. Построение интегральной поверхности из характеристик
24. Метод Коши для  $n$  независимых переменных
25. Кривые Монжа

## ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА (ЗАЧЕТ)

**ПК-4** – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** – Способен организовать исследования в области математики

**ПК-6** – Способен выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью

@1. Проинтегрировать уравнение:  $(1 + y^2)dx + (1 + y^2)dy = 0$ .

@2. Проинтегрировать уравнение:  $(1 + y^2)dx + xydy = 0$ .

@3. Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $y' \sin x = y \cos x = 0$ ,  $y = 1$ , при  $x = \frac{\pi}{2}$ .



@4.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $(1 + y^2)dx = xdy$ .

@5.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $x\sqrt{1 + y^2} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0$ .

@6.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $x\sqrt{1 - y^2}dx + y\sqrt{1 - x^2}dy = 0$ ,  $y = 1$  при  $x = 0$ .

@7.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $e^{-y}(1 + y') = 1$ .

@8.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $y \ln y dx + x dy = 0$ ,  $y = 1$  при  $x = 1$ .

@9.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $xy dx + (x + 1)dy = 0$ .

@10.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0$ ;  $y(0) = 1$ .

@11.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$ .

@12.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $xyy' = 1 - x^2$ .

@13.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $xy' + y = y^2$ .

@14.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $xy' - y = y^3$ .

@15.

Проинтегрировать уравнение (разделить переменные):  $(1 + 2y)xdx + (1 + x^2)dy = 0$ .

@16.

Решить однородное уравнение:  $(x - y)dx - x^2dy = 0$ .

@17.

Решить однородное уравнение:  $y' = -\frac{x + y}{x}$ .

@18.

Решить однородное уравнение:  $y' = \frac{y}{x} - 1$ .

@19.

Решить однородное уравнение:  $(x^2 + y^2)dx = 2xydy$ .

@20.

Решить однородное уравнение:  $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$ .

@21.

Решить однородное уравнение:  $y' = e^{\frac{x}{y}} + \frac{y}{x}$ .

@22.

Решить однородное уравнение:  $y^2 + x^2 y' = xy y'$ .

@23.

Решить однородное уравнение:  $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

@24.

Решить однородное уравнение:  $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ .

@25.

Решить однородное уравнение:  $x dy - y dx = y dy$ .

@26.

Решить однородное уравнение:  $y' = \frac{x+y}{x-y}$ .

@27.

Решить однородное уравнение:  $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$ .

@28.

Решить однородное уравнение:  $y - x \cdot \frac{dy}{dx} = x + y \cdot \frac{dy}{dx}$ .

@29.

Решить однородное уравнение:  $(x^2 + y^2) dx = 2xy dy$ .

@30.

Решить однородное уравнение:  $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$ .

@31.

Решить линейное уравнение:  $y' + y \cos x = \cos x$ ,  $y(0) = 1$ .

@32.

Решить линейное уравнение:  $(2x - y^2) y' = 2y$ .

@33.

Решить линейное уравнение:  $y' + 2xy = 2x \cdot e^{x^2}$ .

@34.

Решить линейное уравнение:  $x^2 + xy' = y$ ,  $y(1) = 0$ .

@35.

Решить линейное уравнение:  $y' + 2y = e^{-x}$ .

@36.

Решить линейное уравнение:  $y' + \frac{3}{x} y = \frac{2}{x^3}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 1$ .

@37.

Решить линейное уравнение:  $y' - 2xy = x$ ,  $y(0) = 0$ .

@38.

Решить линейное уравнение:  $xy' = x + 2y$ ,  $y(0) = 0$ .

@39.

Решить линейное уравнение:  $y' + 2y = 4x$ .

@40.

Решить линейное уравнение:  $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \sec x$ ,  $y(0) = 0$ .

@41.

Решить линейное уравнение:  $xy' + y - e^x = 0$ ,  $y(a) = b$ .

@42.

Решить линейное уравнение:  $xy' - 2y = 2x^4$ .

@43.

Решить линейное уравнение:  $(2x + 1)y' = 4x + 2y$ .

@44.

Решить линейное уравнение:  $x^2y' + xy + 1 = 0$ .

@45.

Решить линейное уравнение:  $y = x(y' - x \cdot \cos x)$ .

@46.

Интегрировать однородное линейное уравнение:  $y'' - 6y' + 9y = 0$ .

@47.

Интегрировать однородное линейное уравнение:  $y'' - 7y' + 6y = 0$ .

@48.

Интегрировать однородное линейное уравнение:  $4y'' - 8y' + 5y = 0$ .

@49.

Интегрировать однородное линейное уравнение:  $4y'' + 6y' + 13y = 0$ .

@50.

Интегрировать однородное линейное уравнение:  $y'' - 9y = 0$ .

Итоговая форма контроля по дисциплине экзамен проводится в устной форме, путем решения задач.

#### Критерии оценки заданий

«отлично» - более 90 баллов;

«хорошо» - более 75 баллов;

«удовлетворительно» - менее 70 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент Гоилов Д.С.

  
«28» августа 2023г.