

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

**Естественнонаучный факультет**

---

**Кафедра математики и физики**

«УТВЕРЖДАЮ»  
« 28 » 08 2024 г.  
Зав. кафедрой Гулбоев Б.Дж.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по учебной дисциплине

**Действительный анализ**

---

**01.03.01– Математика**

---

**профиль «Общая математика»**

---

Душанбе 2024 г.

1. Фонд оценочных средств – неотъемлемая часть нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения студентами основной профессиональной образовательной программы высшего образования.

2. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Действительный анализ» утвержден на заседании кафедры «Математики и физики».

Протокол № 1 от « » августа 2022 г. (год начала реализации 2022)

3. Срок действия ФОС: 2022/2022 учебный год.

### 1. Структура дисциплины

Разделы теоретического обучения

№	Наименование раздела теоретического обучения
1	<b>Общие сведения о множествах</b>
2	<b>Мера в абстрактных множествах</b>
3	<b>Мера Лебега в евклидовом пространстве</b>
4	<b>Измеримые функции</b>
5	<b>Интеграл Лебега от ограниченной функции</b>
6	<b>Суммируемые функции.</b>

### 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы – освоение компетенций.

Планируемые результаты обучения по дисциплине – получение знаний, умений, навыков

Коды компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Вид оценочного средства
ПК-4	Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности	ИПК -4.1. Анализирует предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждает его правильность или находит ошибки и анализирует причины их возникновения; помогает обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказание помощи в улучшении рассуждения; ИПК -4.2 Формирует способности к логическому рассуждению и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность; ИПК -4.3 Формирует у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	Устный опрос  Презентация  Дискуссия

### 3. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

3.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

3.2. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС	Показатель и освоения	Форма оценивания				Обеспеченность оценки	
		Текущий контроль			Промежуточная аттестация		
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2	Индивидуальная домашняя задания			
1	2	3	4	5	6	7	8
ПК-4	32					+	+
	У2	+	+	+	+	+	+
	Н2	+	+	+	+	+	+

3.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных и индивидуальных домашних работ. Может быть использовано компьютерное тестирование.

3.3.1. Текущий контроль

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных и самостоятельных домашних работ работ.

Контрольная работа «Элементы теории множества, мера, мера Лебега в евклидовом пространстве» (КР 1).

Примерный вариант:

1. Пусть  $A$  и  $B$  произвольные множества. а), Доказать равенство  $A \cap (B \Delta D) = (A \cap B) \Delta (A \cap D)$ ;

б) Доказать включение

$$(A \cap C) \cup (B \cap D) \subset (A \cup B) \cap (C \cup D)$$

2. Доказать, что совокупность  $\mathcal{U}_m$  всех измеримых множеств пространств  $R^m$  равносильна с совокупностью всех подмножеств пространства  $R^m$ .

3. Доказать, что  $A \subset R^2$  является  $\mu_2$  измеримым и найти  $\mu_2(A)$ :

$$A = \left\{ (x, y) \in R^2 : x \in R, 0 \leq y \leq \frac{a^2}{a^2 + x^2} \right\}, \text{ где } a - \text{фиксированное число.}$$

2. Контрольная работа «Измеримые функции. Интеграл Лебега от ограниченной функций. Класс суммируемых функций» (КР 2).

1. Пусть  $X$  – измеримое пространство. Доказать, что функция  $y = f(x), x \in A \subset X$ , измерима на  $A$  тогда и только тогда, когда для произвольного рационального числа  $r$  множество  $A [f(x) < r]$  измеримо.

2. Доказать, что функция  $y = f(x), x \in R$   $\mu_1$ -измерима на  $R$ , если

$$a) f(x) = \sin |x| \qquad b) f(x) = \frac{n[x]}{1+n^2[x]}.$$

3. Пусть  $\mu_1$ -мера Лебега на числовой прямой  $R$ . Вычислить интеграл Лебега

$$\int_{[-3,3]} \text{sign} \cos \pi x d\mu_1$$

*Самостоятельная домашняя работа (СДР)*

*Примерные задачи*

1. Доказать счетность множества  $P^{(n)}$ -всех многочленов  $n$ -й степени с целыми коэффициентами

2. Пусть -совокупность всех конечных промежутков числовой оси  $R$ . Определить на  $\mathfrak{N}$  Функцию множеств

$$\mu(A) = \int_A e^{-x^2} dx$$

(если  $A = \emptyset$  или  $A$  состоит только из одной точки, считаем  $\mu(A) = 0$  ).

Доказать, что функция  $\mu$  является -аддитивной мерой на  $\mathfrak{N}$  . Найти  $\mu(R)$  и  $\mu([0, +\infty))$ .

3. Интегрируема ли по Риману функция

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x \in Q \\ x^2, & x \in R \setminus Q \end{cases}$$

на отрезке  $[0,1]$ ? Интегрируема ли она по Лебегу на  $[0,1]$  относительно меры Лебега  $\mu_1$ ? Если  $f$  интегрируема по Лебегу, то найти ее интеграл.

4. Доказать, что измеримость одного из лебеговых множеств функции  $y = f(x), x \in X$  для каждого числа  $c \in R$  влечет измеримость всех остальных лебеговых множеств функции  $f$ .

5. Пусть  $y = f(x), x \geq 0$  – неотрицательная  $\mu_1$ -измеримая функция и существует такие положительное число  $K$ , что для произвольного  $\alpha > 0$

$$\int_{[0,+\infty)} \frac{\sin^2 \alpha x}{\alpha^2 x} f(x) dx \leq K.$$

Доказать, что функция  $y = xf(x), x \geq 0$   $\mu_1$ -интегрируема на  $[0, +\infty)$ .

6. Пусть функция  $f(x, y)$  задана на прямоугольнике

$$P = \{(x, y) \in R^2: -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\} \text{ формулой}$$

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}, \text{ если } x^2 + y^2 > 0, \text{ и } f(0,0) = 0. \text{ Доказать, что}$$

существуют оба повторных интеграла

$$\int_{-1}^1 \left[ \int_{-1}^1 f(x, y) dx \right] dy, \quad \int_{-1}^1 \left[ \int_{-1}^1 f(x, y) dy \right] dx$$

и величина их совпадают, но двойной интеграл

$$\iint_P \int_{-1}^1 f(x, y) dx dy$$

не существует.

*3.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в РТСУ

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине. Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя, справочной литературой и калькуляторами.

Время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.

При подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору.

При проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке. Экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся ополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения.

Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в форме компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

Порядок подготовки и проведения промежуточной аттестации в форме экзамена/зачёта

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача вопросов к промежуточной аттестации	1 неделя семестра	На лекциях, по интернет и др.	Ведущий преподаватель
Консультации	Последняя неделя семестра, в сессию	На групповой консультации	Ведущий преподаватель

Промежуточная аттестация	В сессию	Письменно, тестирование, устно и др., по билетам, с выдачей задач к билетам	Ведущий преподаватель, комиссия
Формирование оценки	На аттестации	В соответствии с критериями	Ведущий преподаватель, комиссия

#### **4. Фонд оценочных средств для мероприятий текущего контроля обучающихся по дисциплине (модулю)**

##### *4.1. Состав фонда оценочных средств для мероприятий текущего контроля*

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости включает в себя:

- материалы для проведения текущего контроля успеваемости
  - варианты контрольных заданий;
  - варианты индивидуальных домашних заданий ;
- перечень компетенций и их элементов, проверяемых на каждом мероприятии текущего контроля успеваемости;
- систему и критерии оценивания по каждому виду текущего контроля успеваемости
- описание процедуры оценивания.

##### *4.2. Система и критерии оценивания по каждому виду текущего контроля успеваемости*

Для оценивания выполнения контрольных работ и индивидуальных домашних заданий следующие критерии оценивания:

Балл	Характеристики действий обучающегося
2 бала	Обучающийся самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.
1,5 бал	Обучающийся самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия
0,5-1бал	Обучающийся в основном решил учебно-профессиональную задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном

	профессиональные понятия
0 бал	Обучающийся не решил учебно-профессиональную задачу.

1.3. Процедура оценивания при проведении текущего контроля успеваемости

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача ИДЗ	2, 4, 6, 10, 12, 14 недели семестра	На практическом занятии, по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по заданию	2-14 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель, обучающийся
Контроль хода выполнения задания	2-14 неделя семестра	На практических занятиях, выставление процента выполнения	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	2-12 неделя семестра	Дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	3,5,7, 11, 13, 15 неделя семестра	Опрос	Обучающийся лично
Проверка задания	3-15 неделя семестра	вне занятий	Ведущий преподаватель, ассистент преподавателя
Формирование оценки	На защите	(в соответствии со шкалой и критериями оценивания)	Ведущий преподаватель, комиссия
Объявление результатов оценки выполненного задания	3-15 неделя семестра, на защите	На практическом занятии	Ведущий преподаватель
Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача КР	8 и 14 неделя семестра	На практическом занятии по вариантам	Ведущий преподаватель
Консультации по заданию	7 и 13 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель, обучающийся

Выполнение задания и сдача задания	8 и 14 неделя семестра	В учебном классе	Группа обучающихся
Проверка задания	9 и 15 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель, ассистент преподавателя
Формирование оценки	Во время проверки	В соответствии со шкалой и критериями оценивания	Ведущий преподаватель
Объявление результатов оценки выполненного задания	10 и 16 неделя семестра	На практическом занятии.	Ведущий преподаватель

### Критерии оценки зачету

«зачтено» - более 50 баллов;

«не зачтено» - менее 49 баллов;

Составитель \_\_\_\_\_

« » \_\_\_\_\_ 2024 г