

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

Естественнонаучный факультет

Кафедра математики и физики

«УТВЕРЖДАЮ»
« 28 » 08 2024 г.
Зав. кафедрой  Гулбоев Б. Дж.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

Линейная алгебра

01.03.01– Математика

профиль «Общая математика»

Душанбе 2024.

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
по дисциплине Линейная алгебра

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1	Линейные (векторные) пространства. Определение линейного пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 2
2	Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка множества векторов	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 2
3	Базис и размерность линейного пространства. Изоморфизм векторных пространств. Линейные преобразования (операторы) векторных пространств	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
4	Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
5	Связь между координатами столбцов векторов x и $y(x)$. Ранг линейного оператора	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
6	Связь между координатами столбцов вектора и матрицы операторов в различных базисах. Евклидовы векторные пространства.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
7	Векторные пространства со скалярным умножением. Определение векторных пространств.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
8	Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации системы векторов	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
9	Ортонормированный базис. Евклидово пространство. Изоморфизм Евклидовых векторных пространств.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
10	Линейные алгебры. Понятие линейной алгебры. Алгебра линейных операторов векторного пространства.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
11	Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры. Собственные векторы и собственные значения оператора.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1

12	Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен оператора.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
13	Линейные операторы с простым спектром. Приведение матрицы оператора в диагональной форме.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
14	Ортогональное преобразование евклидовых пространств. Ортогональные и симметричные преобразования Евклидовых пространств.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
15	Симметрические преобразования Евклидовых пространств.	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
16	Действительные квадратичные формы	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
Всего:			50		55

ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Формируемые компетенции

ОПК-1 – Способностью применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

ПК-1 – Способностью использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин

ПК-4 – Способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования

ПК-5 – Способностью проектировать, организовывать и анализировать педагогическую деятельность, обеспечивая последовательность изложения материала и междисциплинарные связи физики с другими дисциплинами

Выступление – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов;
- творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
 - развития исследовательских умений.
1. Операции над прямоугольными матрицами
 2. Доказательство свойств коммутативность, ассоциативность и умножение матрицы на скаляр (число).
 3. Транспортирование матрицы свойства транспортирования для матриц
 4. Вывод формулы вычисления определителей второго и третьего порядка.
 5. Определители высших порядков
 6. Подстановки. Умножение подстановок. Циклы и разложение подстановок на циклы.
 7. Группы подстановок. Знакопеременная группа.
 8. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки и столбца. Решение примеров
 9. Методы эффективного вычисления определителей. Свойства определителей
 10. Решение системных линейных уравнений матричным методом
 11. Методы вычисления ранга матрицы
 12. Алгоритм вычисления обратной матрицы
 13. Линейные операторы. Матрица линейного оператора
 14. Приведение матрицы линейных операторов к диагональному виду
 15. Ортогональные преобразования евклидовых пространств
 16. Симметрические преобразования евклидовых пространств

Требование к выступлению:

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

Критерии оценки по выступлению:

Отметка «5». Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

Отметка «4». Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

Отметка «3». Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

Отметка «2» выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА **Формируемые компетенции**

ОПК-1 – Способностью применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

ПК-1 – Способностью использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин

ПК-4 – Способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования

ПК-5 – Способностью проектировать, организовывать и анализировать педагогическую деятельность, обеспечивая последовательность изложения материала и междисциплинарные связи физики с другими дисциплинами

Коллоквиум – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$2. \begin{cases} 3x + 4y = 11, \\ 5y + 6z = 28, \\ x + 2z = 7. \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + 2y + 3z = -2, \\ 2x + 8y - z = 8, \\ 9x + y + 8z = 0. \end{cases}$$

4. Решить систему линейных уравнений матричным методом и найти сумму квадратов неизвестных

$$5. \begin{cases} 5x + 2y - 3z = 3, \\ 8x - 3y + 2z = -7, \\ 2x + 3y - 5z = 4. \end{cases}$$

6. Найдите расстояние между точками $M(-2; -2)$ и $N(2; 1)$

7. Даны вершины треугольника $A(1; -5)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -4)$. Найдите площадь.

8. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $M(-1; 2)$ и $N(3; -5)$

9. Найти сумму координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$.

10. Найти сумму полуосей эллипса, если большая полуось равна 10, а расстояние между фокусами $10\sqrt{3}$.

11. Найдите эксцентриситет гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$.
- 12.104. Даны точки $A(3; -1; 2)$ и $B(-1; 2; 1)$. Найти координаты вектора \overrightarrow{AB} .
13. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Найти длину вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
- 14.109. Найти скалярное произведение векторов \vec{a} и $2\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$.
15. Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

Формируемые компетенции

ОПК-1 – Способностью применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

ПК-1 – Способностью использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин

ПК-4 – Способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования

ПК-5 – Способностью проектировать, организовывать и анализировать педагогическую деятельность, обеспечивая последовательность изложения материала и междисциплинарные связи физики с другими дисциплинами

Дискуссия — обсуждение спорного вопроса, проблемы; разновидность спора, направленного на достижение истины и использующего только корректные приёмы ведения спора.

1. Свойство знака суммы.
2. Канонический базис квадратичной формы. Условие Якоби.

3. Критерий Сильвестора.
4. Является линейно зависимой или линейно независимой система векторов, из которых состоит матрица условий однородной СЛУ, имеющая более одного решения?
5. Какой вектор нужно добавить в любую систему векторов, чтобы полученная таким образом система векторов стала линейно зависимой?
6. Сколько существует способов разложения любого вектора из системы векторов по векторам базиса этой системы?
7. Какая линейно независимая часть системы векторов является базисом этой системы?
8. Каким числом определяется размерность векторного пространства?
9. Опишите общую и каноническую задачу линейного программирования.
10. Дайте определение допустимого и оптимального решения задачи линейного программирования.
11. Как понимать высказывание: «решить задачу линейного программирования»?
12. Какие действия с целевой функцией не влияют на результат решения задачи линейного программирования?
13. Дайте содержательную и математическую постановку задачи планирования работы предприятия.
14. Дайте содержательную и математическую постановку задачи планирования рационального питания.
15. Дайте содержательную постановку задачи планирования транспортных перевозок.
16. Сформулируйте теорему о неограниченности целевой функции канонической задачи линейного программирования на минимум.

Критерии оценки дискуссии:

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА (ЗАЧЕТ)

1. При каких условиях матрица A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_1$, $j = 1, 2, \dots, n_1$, и матрица B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_2$, $j = 1, 2, \dots, n_2$, будут равными?

2. Чему равна величина элемента c_{ij} матрицы C , которая является результатом сложения матрицы A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_1$, $j = 1, 2, \dots, n_1$, и матрицы B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_2$, $j = 1, 2, \dots, n_2$; укажите также в каких пределах при этом изменяются индексы элемента c_{ij} ?

3. Чему равна величина элемента c_{ij} матрицы C , которая является результатом умножения матрицы A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n_1$, справа на матрицу B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, k$, а также укажите в каких пределах при этом изменяются индексы элемента c_{ij} ?

4. Какие свойства операции сложения и умножения матриц совпадают со свойствами операции сложения и умножения чисел?

5. Всегда ли матрица с диагональными элементами, равными единице, является единичной матрицей?

6. Какие действия необходимо проделать с элементами данной матрицы, чтобы получить транспонированную матрицу к данной матрице?

7. Каждая ли матрица имеет определитель?

8. Как вычислить определитель матрицы n -го порядка?

9. Как вычислить алгебраическое дополнение элемента a_{ij} матрицы n -го порядка?

10. Перечислите основные свойства определителя матрицы.

11. Как изменится величина определителя матрицы, если матрицу умножить на число, не равное нулю?

12. Перечислите виды матриц, определители которых равны нулю.

13. Что общего и чем отличаются тривиальное и противоречивое уравнения?

14. Что утверждает теорема о свободных неизвестных?

15. При каких условиях разрешенная СЛУ является определенной и при каких – неопределенной?

16. Перечислите преобразования, переводящие СЛУ в равносильную СЛУ.

17. Чем отличается базисное решение СЛУ от других частных решений той же СЛУ?

18. Если k -число шагов, проделанных при решении СЛУ с m уравнениями методом Гаусса, то, какие из соотношений: $m < k$, $m = k$, $m > k$ - невозможны?

19. Если однородная СЛУ с m уравнениями и n переменными имеет ненулевое решение, то какие из соотношений: $n < m$, $n = m$, $n > m$ - невозможны?

20. Какая матрица может быть обратной к данной матрице A ?

21. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$22. \begin{cases} 3x + 4y = 11, \\ 5y + 6z = 28, \\ x + 2z = 7. \end{cases}$$

23. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса
- $$\begin{cases} 4x + 2y + 3z = -2, \\ 2x + 8y - z = 8, \\ 9x + y + 8z = 0. \end{cases}$$
24. Решить систему линейных уравнений матричным методом и найти сумму квадратов неизвестных
- $$\begin{cases} 5x + 2y - 3z = 3, \\ 8x - 3y + 2z = -7, \\ 2x + 3y - 5z = 4. \end{cases}$$
- 25.
26. Найдите расстояние между точками $M(-2; -2)$ и $N(2; 1)$
27. Даны вершины треугольника $A(1; -5)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -4)$. Найдите площадь.
28. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $M(-1; 2)$ и $N(3; -5)$
29. Найти сумму координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$.
30. Найти сумму полуосей эллипса, если большая полуось равна 10, а расстояние между фокусами $10\sqrt{3}$.
31. Найдите эксцентриситет гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$.
32. Даны точки $A(3; -1; 2)$ и $B(-1; 2; 1)$. Найти координаты вектора \overline{AB} .
33. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Найти длину вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
34. 109. Найти скалярное произведение векторов \vec{a} и $2\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$.
35. Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
36. Составить уравнение плоскости, проходящее через точку $M(2; 1; -1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{N}(1; -2; 3)$.
37. Найти сумму отрезков на оси координат, которые отсекают данную плоскость $4x + 5y - 2z + 6 = 0$.
38. Сложите матрицы: $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 7 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

39. Сложите матрицы: $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -6 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

40. Умножьте матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 8 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$.

41. Умножьте матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

42. Найдите матрицы $8A - 5B$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

43. Найдите матрицы $2A - 9B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

44. Выполните действие: $3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.

45. Выполните действие: $5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 5 & 2 & 5 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 5 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

46. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix}$.

47. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

48. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

Итоговая форма контроля по дисциплине зачет проводится в устной форме, путем решения задач.

Критерии оценки заданий

«отлично» - более 90 баллов;

«хорошо» - более 75 баллов;

«удовлетворительно» - менее 70 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент Исроилов С. _____

« » _____ 2024г.