

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ
ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Классическая дифференциальная геометрия»

Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»

Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»

Форма подготовки - очная

Уровень подготовки - магистр

Душанбе - 2025

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ № 12 от 10.01.2018 г.

При разработке рабочей программы учитываются

- требования работодателей, профессиональных стандартов по направлению;
- содержание программ дисциплин/модулей, изучаемых на предыдущих и последующих этапах обучения;
- новейшие достижения в данной предметной области.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математики и физики, протокол № 1 от «28» августа 2025 г.

Рабочая программа утверждена УМС естественнонаучного факультета, протокол № 1 от «28» августа 2025 г.

Рабочая программа утверждена Ученым советом естественнонаучного факультета, протокол № 1 от «29» августа 2025 г.

Заведующий кафедрой



Гулбоев Б.Дж.

Зам.председателя УМС факультета



Мирзокаримов О.А.

Разработчик:



Гайбов Д.С.

Разработчик от организации



Каримов О.Х.

Расписание занятий дисциплины

Ф.И.О. преподавателя	Аудиторные занятия		Приём СРС	Место работы преподавателя
	лекция	Практические занятия (КСР, лаб.)		

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели изучения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование и развитие у обучающихся компетенций в области современной дифференциальной геометрии. Дисциплина направлена на изучение базовых понятий дифференциальной геометрии, структуры гладких многообразий и математического аппарата общей теории относительности.

1.2. Задачи изучения дисциплины

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

- 1) усвоение основных понятий теории многообразий, тензорного анализа, римановой геометрии;
- 2) обобщение и систематизация знаний, полученных при изучении классического курса дифференциальной геометрии;
- 3) овладение навыками, необходимыми для решения задач математического моделирования в теории гравитации.

1.3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Классическая дифференциальная геометрия» направлен на формирование следующих общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности:

Табл.

код	Формируемая компетенция	Этапы формирования компетенции	Содержание этапа формирования компетенции	Вид оценочного средства
ОПК-1	способность к интенсивной научно-исследовательской работе	Начальный этап (знания)	ИПК-1.1. Овладевает современными проблемами математики, анализирует текущее состояние исследуемой проблемы и применяет методы проведения исследований в области математики.	Устный опрос
		Продвин	ИПК-1.2. Применяет методы проведения	Контрол

		утый этап (навыки)	исследований в области математики, осведомлён о современных проблемах математики; анализирует текущее состояние исследуемой проблемы;.	ь самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	ИПК-1.3. Осваивает современные проблемы математики; анализирует текущее состояние исследуемой проблемы; применяет методы проведения исследований в области математики.	Тестирование
ПК-2	Способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, управлению научным коллективом	Начальный этап (знания)	ИПК-2.1. Разбирается в сущности поставленной научно-исследовательской (научно-производственной) проблемы перед коллективом; применяет методы и приемы для решения научно-исследовательской (научно-производственной) проблемы; изучает основы педагогики и психологии; анализирует современные проблемы в этих областях.	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	ИПК-2.2. Способен формировать научный коллектив, который успешно решает поставленные задачи; устанавливать деловые отношения с коллегами; организовывать и координировать научно-исследовательские и научно-производственные работы..	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	ИПК-2.3. Осуществляет полное владение информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения.	Тестирование

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Классическая дифференциальная геометрия» включена в базовую часть профессионального цикла Б1. В.03.

Изучение дисциплины формирует необходимые знания для усвоения дисциплины:

Табл.

№	Название дисциплины	Семестр	Место дисциплины в структуре ООП
1.	Специальный курс дифференциальных уравнений	3	Б1.В.ДВ.01.01
2.	Применение дифференциальных в решении уравнений инженерно-технических задач	3	Б1.В.ДВ.02.02

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины «Классическая дифференциальная геометрия» составляет 6 зачётных единицы, всего 180 часов, из которых: лекции – 14 часов, практические занятия – 14 часов, ИКР – 40 часов, самостоятельная работа – 85 часов, конт. – 27 часов, всего часов аудиторной нагрузки – 28 часов. Экзамен – 2 семестр.

3.1. Структура и содержание теоретической части курса

Тема 1. Плоские кривые – 2 часа.

Плоские кривые. Способы задания плоских кривых. Касание плоских кривых. Огибающие. Кривизна плоской кривой. Формулы Френе для плоских кривых.

Тема 2. Пространственные кривые – 2 часа.

Способы задания пространственных кривых. Кривизна и кручение пространственных кривых. Базис Френе (естественный трехгранник пространственной кривой). Формулы Френе для пространственной кривой.

Тема 3. Общая локальная теория кривых – 2 часа.

Кривые в n -мерном евклидовом пространстве. Базис Френе кривой общего вида. Уравнение Френе кривой общего вида.

Тема 4. Основная теорема локальной теории кривых – 2 часа.

Основная теорема локальной теории кривых. Теорема о последней кривизне. Кривые с постоянными кривизнами.

Тема 5. Дополнительные теоремы теории плоских кривых – 2 часа.

Теорема Хопфа. Теорема Жордана. Выпуклость и теорема о четырех вершинах.

Тема 6. Понятие поверхности – 2 часа.

Понятие поверхности. Способы задания поверхности. Регулярные поверхности. Примеры поверхностей. Касательная плоскость к поверхности. Касательное расслоение поверхности. Первая квадратичная форма поверхности как способ вычисления скалярного произведения касательных векторов поверхности.

Тема 7. Многообразия – 2 часа.

Понятие многообразия. Карты и атлас. Гладкая структура. Примеры гладких многообразий: R^n , гладкие поверхности в R^n , группы преобразований как многообразия, S^n , RP^n , CP^n . Топология гладкого многообразия. Локальная евклидовость. Нехаусдорфовы многообразия.

3.2. Структура и содержание практической части курса

Занятие 1. Плоские кривые. – 2 часа.

Занятие 2. Способы задания пространственных кривых – 2 часа.

Занятие 3. Кривые в n-мерном евклидовом пространстве – 2 часа.

Занятие 4. Основная теорема локальной теории кривых – 2 часа.

Занятие 5. Теорема Хопфа – 2 часа.

Занятие 6. Понятие поверхности – 2 часа.

Занятие 7. Способы задания поверхности – 2 часа.

3.3. Структура и содержание КСР

№ п/п	Объем самостоятельной работы в часах	Тема КСР	Форма и вид КСР	Форма контроля
II семестр				
1.	3	Касание плоских кривых	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
2.	4	Огибающие	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
3.	3	Базис Френе (естественный трехгранник пространственной кривой)	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
4.	4	Формулы Френе для пространственной кривой	Устный опрос, Решение задач	
5.	3	Уравнение Френе кривой общего вида	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
6.	4	Формулы Сохоцкого	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
7.	3	Кривые с постоянными кривизнами	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
8.	3	Примеры поверхностей	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
9.	4	Касательная плоскость к поверхности	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
10.	3	Гладкая структура	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
11.	3	Примеры гладких многообразий: R^n , гладкие поверхности в R^n , группы преобразований как многообразия, S^n , RP^n , CP^n	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
12.	3	Определение тензора	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
Итого: 40				

Табл.

№ п/п	Раздел дисциплины	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу магистрантов и трудоемкость (в часах)					Лит ерат ура	Кол-во баллов в неделю	
		Лек.	Пр.	Лаб.	КСР	СРС			
II семестр									
1.	Тема 1. Плоские кривые	2			3	8	1-5		
	Занятие 1. Плоские кривые.		2						
2.	Тема 2. Пространственные кривые	2			3	8	1-5		
	Занятие 2. Способы задания пространственных кривых		2						
3.	Тема 3. Общая локальная теория кривых	2			4	8	1-5		
	Занятие 3. Кривые в n -мерном евклидовом пространстве		2						
4.	Тема 4. Основная теорема локальной теории кривых	2			3	8			
	Занятие 4. Основная теорема локальной теории кривых		2						
5.	Тема 5. Дополнительные теоремы теории плоских кривых	2			4	8	1-5		
	Занятие 5. Теорема Хопфа		2						
6.	Тема 6. Понятие поверхности	2			3	8	1-5		
	Занятие 6. Понятие поверхности		2						
7.	Тема 7. Многообразия	2			4	8	1-5		
	Занятие 7. Способы задания поверхности		2						
	ИТОГО: лек-14 прак-14 ИКР-40 СРС-85 Конт-27 ВСЕГО-180								

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Классическая дифференциальная геометрия» включает в себя:

1. план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
2. характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и

- методические рекомендации по их выполнению;
3. требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
 4. критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

4.1. План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

Табл.

№ п/п	Объем самостоятельной работы в часах	Тема самостоятельной работы	Форма и вид самостоятельной работы	Форма контроля
II семестр				
1.	6	Формулы Френе для пространственной кривой	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
2.	6	Выпуклость и теорема о четырех вершинах	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
3.	6	Касательная плоскость к поверхности	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
4.	6	Касательное расслоение поверхности	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
5.	6	Первая квадратичная форма поверхности как способ вычисления скалярного произведения касательных векторов поверхности	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
6.	6	Топология гладкого многообразия	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
7.	6	Локальная евклидовость	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
8.	6	Нехаусдорфовы многообразия	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
9.	6	Тензорный базис	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
10.	6	Замена базиса	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
11.	6	Свёртка	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
12.	6	Ассоциированные тензоры	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
13.	6	Метрический тензор	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
14.	7	Сигнатура	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
Итого: 85				

4.2. Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

Представленные темы для самостоятельной работы магистров охватывают основные разделы курса «Классическая дифференциальная геометрия» и предназначены для освоения теоретического и практического материала по данному курсу. Выполнения указанных самостоятельных работ будет способствовать в повышении математической культуры обучающихся, которое выражается в логическом мышлении и принятии рационального решения в задачах профессиональной деятельности.

Для выполнения самостоятельных работ следует, предварительно, повторить теоретический материал по соответствующей теме. Затем, ознакомиться с методическими пособиями (некоторые из них приведены в списке литературы данной рабочей программы), посвященных в подробном решении задач, а потом приступить к выполнению самостоятельной работы.

4.3. Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы

Самостоятельная работа приводится в письменной форме в отдельной тетради в клеточку для самостоятельных работ. На титульном листе указывается название изучаемой дисциплины, ФИО магистра, курс и направление обучения. Все решения задач для самостоятельной работы должны быть аккуратно и подробно расписаны. В задачах, где необходимо геометрические иллюстрации обязательно выполняется чертеж. Рисунки необходимо рисовать с использованием карандаша. При этом не допускается зачеркивание или замазывание содержания самостоятельной работы в случае ошибок. Выполненные самостоятельные работы сдаются на проверку преподавателю в строго оговоренные преподавателям сроки. В противном случае преподаватель вправе не принять выполненную самостоятельную работу. Если после проверке самостоятельной работы преподавателем замечены ошибки и неточности, то тетрадь возвращает магистранту для исправления замечаний. Срок для исправления замечаний также оговаривается преподавателем.

Самостоятельная работа, выполненная со всеми указанными выше требованиями, будет считаться принятой, и со стороны преподавателя, в конце выполненной работы, фиксируется дата принятия и подпись.

В случае переполнения тетради для самостоятельной работы она сдается преподавателю для хранения на кафедре и заводится новая тетрадь. Тетради по самостоятельной работе в конце изучения курса сдаются преподавателю для хранения на кафедре.

4.4. Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Самостоятельные работы, выполненные в соответствии всеми требованиями, указанных в пункте 4.3, будут оцениваться согласно разделу «СРС: написание реферата, доклада, эссе, выполнение других видов работ» таблицы 4.

5. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Введение в топологию : [учеб. пособие для вузов по спец. "Математика" / Ю.Г.Борисович, Н.М.Близняков, Я.А.Израилевич, Т.Н.Фоменко]. - М. : Высш. школа, 1980. - 295 с. : ил. ; 22 см. - Библиогр.: с. 283-287. - Указ. имен., предм.: с. 288-292 . - 0-75.
2. Мищенко, Александр Сергеевич. Курс дифференциальной геометрии и топологии : [для мех.-мат. спец. ун-тов] / Мищенко, Александр Сергеевич, А. Т. Фоменко. - М. : Факториал-пресс, 2000, 1980 (Изд-во МГУ). - 432 с. : ил. ; 22 см. - 1-30.
3. Погорелов, Алексей Васильевич. Дифференциальная геометрия : [учебник для студентов матем. спец. ун-тов и пед. ин-тов] / Погорелов, Алексей Васильевич. - Изд. 6-е, стереотип. - М. : Наука, 1974, 1969. - 176 с. ; 19 см. + с черт. - 0-28.
4. Сборник задач по дифференциальной геометрии: По спец. "математика" / под ред. А.С.Феденко;[И.В.Белько. В.И.Ведерников, В.Т.Воднеев и др.]. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1979. - 272 с. : ил. ; 21 см. - Предм. указ.: с.266-272. - 0-65.
5. Манфредо П. до Кармо Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей [Электронный ресурс]/ Манфредо П. до Кармо— Электрон. текстовые данные.— Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2013.— 608 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28887.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018).

Дополнительная литература:

1. Дубровин, Борис Анатольевич. Современная геометрия : Методы и приложения. Т. 1 : Геометрия поверхностей, групп преобразований и полей / Дубровин, Борис Анатольевич ; С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. - 5-е изд., испр. - М. : Эдиториал УРСС: Добросвет, 2001. - 334 с. - ISBN 5-8360-0160-X : 0-0.
2. Дубровин, Борис Анатольевич. Современная геометрия : Методы и приложения. Т. 2 : Геометрия и топология многообразий / Дубровин, Борис

- Анатольевич ; С.П.Новиков, А.Т.Фоменко . - 5-е изд., испр. - М. : Эдиториал УРСС: Добросвет, 2001. - 293 с. - ISBN 5-8360-0161-8 : 0-0.
3. Дубровин, Борис Анатольевич. Современная геометрия : Методы и приложения. Т. 3 : Теория гомологий / Дубровин, Борис Анатольевич ; С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. - Изд. 2-е, испр. - М. : Эдиториал УРСС: Добросвет, 2001. - 286 с. - ISBN 5-8360-0162-6 : 0-0.
4. Игнаточкина Л.А. Топология для бакалавров математики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Игнаточкина Л.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Прометей, 2016.— 88 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58207.html>.— ЭБС «IPRbooks» (25.05.2018)

1. Интернет-ресурсы:

1. <https://urait.ru>
2. <http://math4school.ru>
3. <http://webmath.ru>.
4. <http://www-formula.ru/index.php>

Электронно-библиотечные системы

1. ЭБС «Издательство Лань» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Издательство Лань». – Режим доступа <https://e.lanbook.com/>;
2. ЭБС «Электронная библиотечная система ЮРАЙТ» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Режим доступа <https://biblio-online.ru/>.

Перечень лицензионного программного обеспечения

1. Windows Serwer 2019;
2. ILO;
3. ESET NOD32.

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. В течение недели выбрать время для работы с литературой по высшей и элементарной математике.

2. При подготовке к практическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического

пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

Рекомендуется использовать текст лекций преподавателя (если он имеется), пользоваться рекомендациями по изучению дисциплины; использовать литературу, рекомендуемую составителями данной рабочей программы; использовать вопросы к зачету, примерные контрольные работы.

Перед работой с научными источниками магистранту следует обратиться к основной учебной литературе – учебным пособиям и хрестоматиям. Это позволит ему сформировать общее представление о существе интересующего вопроса.

Системный подход к изучению предмета предусматривает не только тщательное чтение специальной литературы, но и обращение к дополнительным источникам – справочникам, энциклопедиям, словарям. Эти источники – важное подспорье в самостоятельной работе магистранта (СРС и НИРС), поскольку глубокое изучение именно их позволит магистранту уверенно «распознавать», а затем самостоятельно оперировать научными категориями и понятиями, следовательно – освоить новейшую научную терминологию. Такого рода работа с литературой обеспечивает решение магистрантом поставленной перед ним задачи (подготовка к практическому занятию, выполнение самостоятельной работы и т.д.).

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

При проведении занятий по дисциплине «Классическая дифференциальная геометрия» используются как классические формы и методы обучения (лекции, практические занятия), так и активные методы обучения (контрольно-обучающие программы тестирования по всем разделам изучаемого материала, работа с ЭУК при подготовке к занятиям, контрольным работам и рейтингового контроля.). Применение любой формы обучения предполагает также использование новейших ИТ-обучающих технологий.

При проведении лекционных занятий по дисциплине «Классическая дифференциальная геометрия» целесообразно использовать мультимедийное презентационное оборудование, чтобы сделать более наглядными и понятными доказательства теорем, методики и алгоритмы решения задач и примеров, иллюстрирующих теоретические выводы и их прикладную направленность. Преподаватель использует компьютерные и мультимедийные средства обучения (презентации, содержащиеся в ЭУК), а также наглядно-иллюстрационные (в том числе раздаточные) материалы.

8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ МАГИСТРОВ

Форма итоговой аттестации: Экзамен II семестр.

Итоговая система оценок по кредитно-рейтинговой системе с использованием буквенных символов

Табл.

Оценка по буквенной системе	Диапазон соответствующих наборных баллов	Численное выражение оценочного балла	Оценка по традиционной системе
A	10	95-100	Отлично
A-	9	90-94	
B+	8	85-89	Хорошо
B	7	80-84	
B-	6	75-79	Удовлетворительно
C+	5	70-74	
C	4	65-69	Удовлетворительно
C-	3	60-64	
D+	2	55-59	Неудовлетворительно
D	1	50-54	
Fx	0	45-49	Неудовлетворительно

Содержание текущего контроля, промежуточной аттестации, итогового контроля раскрываются в фонде оценочных средств, предназначенных для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям ФГОС ВО.

ФОС по дисциплине является логическим продолжением рабочей программы учебной дисциплины. ФОС по дисциплине прилагается.