МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

Естественнонаучный факультет

Кафедра математики и физики

«УТВЕРЖДАЮ»
«28» 08 2024 г.
Зав. кафедрой ______ Гулбоев Б.Дж.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

Интегральные уравнения

01.03.01– Математика

профиль «Общая математика»

Душанбе 2024г.

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине Интегральные уравнения

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для экзамена/зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1	Тема 1. Классификация интегральных уравнений. Уравнение типа Вольтера. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия Письменные упражнения	2 3 2
2	Тема 2. Метод последовательных приближений. Метрические пространства. Полные пространства. Принцип сжатых отображений. Применение принципа сжатых отображений к интегральным уравнениям.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 2
3	Тема 3. Понятие о резольвенте Уравнение Вольтера как частный случай уравнения Фредгольма. Задача Коши. Задача Абеля. Интегральные уравнения Вольтера 1 рода. Регулярное ядро. Общий случай уравнения Фредгольма. Применение приближенных формулы интегрирования.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
4	Тема 4. Интегральные уравнения Вольтера 2-го рода. Уравнения со слабой особенностью.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2

5	Тема 5. Теоремы Фредгольма. Линейные нормированные пространства. Линейные операторы. Норма оператора. Пространство операторов. Обратные операторы.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
6	Тема 6. Резольвента Фредгольма. Интегральные уравнения с ядром, имеющим слабую особенность.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
7	Тема 7. Теоремы Фредгольма для общего случая уравнения Фредгольма. Приближение к линейным интегральным уравнениям	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
8	Тема 8. Теоремы Фредгольма для общего случая уравнения Фредгольма Характер решения интегрального уравнения.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
9	Тема 9. Частный случай уравнения Фредгольма Метод итераций. Приложение метода итераций к уравнениям Фредгольма. Интегрированные ядра. Резольвента.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
10	Тема 10. Сходимость рядов Фредгольма и переход к пределу. Обоснование метода Фредгольма. Единственность решения. Вычисление коэффициентов рядов Фредгольма. Решение однородного уравнения.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
11	Тема 11. Интегральные преобразования и интегральные уравнения Теоремы Фредгольма (1-ая, 2-ая и 3-я теоремы). Вид знаменателя резольвенты	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2

	для уравнения Вольтера. Квази-регулярные интегральные уравнения.				
12	Тема 12. Интегральные преобразования и интегральные уравнения Преобразование Фурье и Лапласа	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
13	Тема 13. Интегральные уравнения, приводящиеся к симметричным ядрам Симметричные интегральные уравнения. Симметричные ядра. Основные теоремы о симметричных уравнениях. Симметричные операторы. Теорема Гильберта-Шмидта. Решение операторных уравнений.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 2
14	Тема 14. Интегральные уравнения, приводящиеся к симметричным ядрам Экстремальные свойства характеристических чисел и собственных функций	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 2 2
15	Тема 15. Интегральные уравнения 1-го рода Функция Грина. Сведение краевой задачи к интегральному уравнению. Решение симметричных интегральных уравнений. Разложение решения уравнений Фредгольма по фундаментальным функциям	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	7	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 2 2
16	Тема 16. Операторные уравнения. Общий анализ краевых задач для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Функция Грина.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	7	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 2 2
17	Тема 17. Операторные	ОПК-1 ОПК-2	7	Выступление Коллоквиум	1 2

	уравнения. Нелинейные интегральные уравнения. Теорема существования абстрактной неявной функции. Разветвление решений точки бифуркации. Принцип неподвижной точки.	ПК-4 ПК-5		Дискуссия	2
Всего:			63		100

ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Формируемые компетенции

ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-2 – Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

ПК-4 – способность публично представлять собственные и известные научные результаты

ПК-5 – Способен организовать исследования в области математики

Выступление – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов:
- творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

1. Линейное нормированное пространство.
2. Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала. Экстремум функционала.
3. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
4. Пространство непрерывных функций. Эпсилон – окрестность и расстояние между точками.

5. Уравнение Эйлера. Экстремали.
6. Основная лемма вариационного исчисления.
7. Уравнение Эйлера-Пуассона.
8. Уравнение Эйлера-Остроградского.
9. Вариационная задача с подвижными границами для простейшего функционала.
10. Условия трансверсальности.
11. Задача с подвижными границами для функционала, зависящего от двух функций одного независимого аргумента. Поле экстремалей.
12. Условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия экстремума функционала.
13. Вариационные задачи на условный экстремум.
14. Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.
15. Уравнения Фредгольма и Вольтерра I и II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального однородного уравнения.
16. Решение уравнения Фредгольма II рода с вырожденным ядром.
17. Альтернатива Фредгольма (доказателство этой теоремы для уравнения с вырожденным ядром).
18. Вторая и третья теоремы Фредгольма и доказательство этих теорем для уравнений с вырожденным ядром.
19. Теорема о существовании и единственности решения уравнения Фредгольма II рода с малым параметром.
20. Сведения о приближенных методах решения интегрального уравнения.

1. Требование к выступлению:

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

Критерии оценки по выступлению:

Отметка «5». Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

Отметка «4». Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

Отметка «3». Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

Отметка «2» выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Формируемые компетенции

ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-2 – Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

ПК-4 – способность публично представлять собственные и известные научные результаты

ПК-5 – Способен организовать исследования в области математики

Коллоквиум – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Найти неопределенные интегралы:

$\int \frac{2xdx}{\sqrt{5-4x^2}}$; $\int \sin^4 2x \cos 2x dx$; $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-3x^2}}$; $\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx$; $\int \frac{3xdx}{4x^2+1}$; $\int \frac{\sin 3x}{\cos^4 3x} dx$; $\int \frac{4xdx}{\sqrt{3-4x^2}}$

$\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x}} dx$; $\int \frac{2xdx}{\sqrt{8x^2-9}}$; $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$;

2. Вычислить определенные интегралы, с точностью до двух знаков после запятой:

$\int_0^{\sqrt{3}} x^3\sqrt{1+x^2}\,dx$; $\int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6+1}}$; $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2+1}$; $\int_0^{\pi/2} \sin x\cos^2 x dx$; $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1}dz$;

$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\cos x}dx$; $\int_{3/4}^{4/3} \frac{dx}{x^2+1}$; $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$; $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4+4}}$; $\int_1^e \frac{1+\ln+x}{x}dx$;

2. Исследовать разрешимость при различных значениях λ и решить интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода

$$y(x)=\lambda\int_{-1}^{1}(2xs^3+5x^2s^2)\,y(s)\,ds+x^2.$$

3. Найти характеристические числа и собственные функции

$$y(x)=\lambda\int_{-\pi}^{\pi}\left(\sin x\sin s+s\right)\,y(s)\,ds.$$

4. Решить уравнение Фредгольма

$$y(x)=\pi^2\int_0^1 K(x,s)\,y(s)\,ds+\sin 2\pi x$$

с симметрическим непрерывным ядром

$$K(x,s)=\begin{cases}x(1-s), & 0\le x\le s\\ s(1-x), & s\le x\le 1\end{cases},\quad x,s\in[0;1].$$

5. Найти неопределенные интегралы:

$\int\frac{xdx}{2x^2-7}$; $\int\frac{\cos xdx}{\sqrt{(\sin x-4)^3}}$; $\int\frac{xdx}{3x^2+8}$; $\int\frac{\sin 3x}{\cos^2 3x}dx$; $\int\frac{2xdx}{3x^2-7}$; $\int\frac{\sin 5x}{\sqrt{\cos 5x}}dx$; $\int\frac{2xdx}{\sqrt{2x^2+5}}$

$\int\frac{\cos 4x}{\sin^3 4x}dx$; $\int\frac{xdx}{\sqrt{7-3x^2}}$; $\int\sin^3 4x\cos 4x dx$

7. Вычислить определенные интегралы, с точностью до двух знаков после запятой:

$\int_1^{\sqrt{e}}\frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$; $\int_3^8\sqrt{x+1}\,dx$; $\int_{\pi/6}^{\pi/2}\sin\alpha\cos^3\alpha\,d\alpha$; $\int_{\pi/18}^{\pi/6}12\,\mathrm{ctg}\,3x\,dx$;

$\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$; $\int_1^{\sqrt{2}}\frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$; $\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx$; $\int_{-1}^0\frac{dx}{4x^2-9}$; $\int_{\pi/6}^{\pi/2}\cos\alpha\sin^3\alpha\,d\alpha$;

$\int_0^{\sqrt{\pi}/4}\frac{xdx}{\cos^2(x^2)}$;

8. Построить резольвенту уравнения Фредгольма $y(x)=\lambda\int_0^{\pi}\cos(x-s)\,y(s)\,ds+f(x)$.

9. Проверить, что $\lambda=0$ не является собственным значением оператора $L[y]\equiv y''$ с указанными граничными условиями, и свести задачу Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению Фредгольма с симметрическим ядром: $y''+\lambda e^{2x}\cdot y=0,\quad 0<x<1;\qquad y(0)=0,\quad y(1)+2y'(1)=0$.

10. Найти собственные значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля:

Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

Формируемые компетенции

ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-2 – Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

ПК-4 – способность публично представлять собственные и известные научные результаты

ПК-5 – Способен организовать исследования в области математики

1. Условный экстремум. Пример. Необходимое условие условного экстремума. Функция Лагранжа.
2. Достаточные условия экстремума. Пример.
3. Определение двойного интеграла для прямоугольника. Верхняя и нижняя суммы Дарбу.

4. Необходимое условие интегрируемости.
5. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному (для прямоугольника).
6. Множество меры нуль в *Rn* Объединение и пересечение множеств меры нуль.
7. Промежуток и его мера.
8. Мера графика непрерывной функции. Обобщение теоремы Кантора. Критерий Лебега.
9. Верхняя и нижняя суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу.
10. Теорема Дарбу.
11. Критерий Дарбу.
12. Допустимые множества. Характеристическая функция множества.
13. Интеграл по множеству. Критерий интегрируемости функции на “допустимом”
14. множестве. Мера допустимого множества.
15. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.
16. Теорема Фубини.
17. Линейная замена переменной в кратном интеграле.
18. Лемма о приближении с точностью до "о" малой меры образа куба при отображении $x' = Ax$.
19. Теорема о замене переменной в кратном интеграле.
20. Механические и физические приложения двойных интегралов.
21. Исчерпание множества. Определение несобственного интеграла.
22. Существование несобственного интеграла.
23. Сходимость несобственного интеграла.
24. Измеримые функции и их свойства. Интеграл Лебега и его свойства.

Критерии оценки дискуссии:

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.

4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ УНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ (ЭКЗАМЕН)

ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-2 – Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

ПК-4 – способность публично представлять собственные и известные научные результаты

ПК-5 – Способен организовать исследования в области математики

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №1

1. Суммируемые функции. Пространства $L_2(a,b)$.
2. Доказать, что $B(p,q) = B(q,p)$.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №2

1. Основные свойства функции из $L_2(a,b)$.
2. Интегральное уравнение Абеля и его обобщение.
3. Пример

.

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»

Билет №5

1. Лемма Жордана. Локально суммируемые функции. Преобразование Лапласа.
2. Доказать, что $B(p,q) = B(p+1,q) + B(p,q+1)$.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №3

1. Пространство $C^{(l)}$ (a,b).
2. Эйлеровы интегралы 1-го рода или бета-функция. Доказать
$$B(p,q) = \frac{\Gamma(p)\cdot\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$$
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №4

1. Аналитические (регулярные), целые, мероморфные (дробные) комплексные функции. Изолированные особые точки. Полюс. Порядок полюса. Вычет функции.
2. Уравнения Фредгольма. Основные понятия.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №6

1. Теорема обращения.
2. Эйлеровы интегралы или гамма-функция при дробном аргументе $\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{5}{2}, \dots, \pm\frac{2n+1}{2}$.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №7

1. Теорема умножения.
2. Метод определителей Фредгольма.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №8

1. Интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода. Основные понятия.
2. Интегральное уравнение вида $\int_0^x (x-t)^\beta \varphi(t)dt = x^\lambda$ – обобщение уравнения Абеля, формула для решения этого уравнения.
3. Пример

.

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №9

1. Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
2. Доказать, что $B(p+1,q) = \frac{p}{q} B(p,q+1)$.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»

Билет №10

1. Решение интегральных уравнений Вольтерра 1-го и 2-го рода методом дифференцирования (показать на примере).
2. Доказать, что $\int_{-1}^{1}(1+x)^{p-1}(1-x)^{q-1}dx = 2^{p+q-1}\cdot B(p,q)$.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»

Билет №11

1. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Рекуррентная формула.
2. Интеграл Пуассона.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»

Билет №12

1. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.
2. Задачи приводящие к интегральным уравнениям.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»

Билет №13

1. Эйлеровы интегралы или гамма-функция при целом положительном аргументе.
2. Интегрированные ядра.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»

Билет №14

1. Основные классы интегральных уравнений.
2. Интегрированные ядра.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №15

1. Рекуррентные соотношения для вычисления коэффициентов $B_n(x,t)$ и C_n рядов и нахождение резольвенты интегрального уравнения.
2. Интеграл Пуассона.
3. Пример

РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математики и физики
Экзаменационный билет по дисциплине
«Интегральные уравнения»
для студентов 4-го курса направления бакалавра 01.03.01 «Математика»
Билет №16

1. Основные классы интегральных уравнений.
2. Построение резольвенты с помощью интегрированных ядер.
3. Пример

Примеры:

$$\int_0^{\sqrt{3}} x^3\sqrt{1+x^2}\,dx;\quad \int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5dx}{\sqrt{x^6+1}};\int_0^1 \frac{x^2dx}{x^2+1};\quad \int_0^{\pi/2} \sin x\cos^2 x dx\quad;\quad \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+\cos x}dx;$$

$$\int_{3/4}^{4/3} \frac{dx}{x^2+1};\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}};\int_0^2 \frac{x^3dx}{\sqrt{x^4+4}};\int_1^e \frac{1+\ln+x}{x}dx;\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1}dz;$$

1. Исследовать разрешимость при различных значениях λ и решить интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода

$$y(x)=\lambda\int_{-1}^{1}(2xs^3+5x^2s^2)\,y(s)\,ds+x^2.$$

2. Найти характеристические числа и собственные функции

$$y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} (\sin x \sin s + s)\, y(s)\, ds$$
.

3. Решить уравнение Фредгольма

$$y(x) = \pi^2 \int_0^1 K(x,s)\, y(s)\, ds + \sin 2\pi x$$

с симметрическим непрерывным ядром

$$K(x,s) = \begin{cases} x(1-s), & 0 \le x \le s \\ s(1-x), & s \le x \le 1 \end{cases}, \quad x, s \in [0;1] .$$

4. Найти неопределенные интегралы:

$$\int \frac{xdx}{2x^2-7} \quad \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{(\sin x - 4)^3}} \quad \int \frac{xdx}{3x^2+8} \quad \int \frac{\sin 3x}{\cos^2 3x} dx \int \frac{2xdx}{3x^2-7} \quad \int \frac{\sin 5x}{\sqrt{\cos 5x}} dx$$

$$\int \frac{2xdx}{\sqrt{2x^2+5}} \quad \int \frac{\cos 4x}{\sin^3 4x} dx \int \frac{xdx}{\sqrt{7-3x^2}} \quad \int \sin^3 4x \cos 4x dx$$

Итоговая форма контроля по дисциплине экзамен проводится в устной форме.

Критерии оценки заданий

«отлично» - более 90 баллов;
«хорошо» - более 75 баллов;
«удовлетворительно» - менее 70 баллов;
«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент ГулбоевБ.Дж. ________________
« » ___________ 2024г.