МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»
«28» августа 2024 г.
Заведующий кафедрой
математики и физики

________ Гулбоев Б.Дж.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«**Математический анализ функций многих переменных**»
Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»
Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»
Форма подготовки - очная
Уровень подготовки - магистра

Душанбе – 2024

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Математический анализ функций многих переменных»

№ п/п	Контролируемые разделы, темы*	Формируемые компетенции*	Индикаторы достижения компетенции*	Оценочные средства*	
				Количество тестовых заданий/вопросов к экзамену/зачету /зачету (с оценкой)	Другие оценочные средства Вид
1.	Дифференцируемость отображения. Частные производные.	УК-1	ИУК 1.1. Выявляет проблемную ситуацию, на основе системного подхода осуществляет её многофакторный анализ и диагностику	5	Перечень вопросов для устного опроса
2.	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	ОПК-2	ИОПК 2.1. Анализирует, выбирает и обосновывает математические модели для решения задач в области современного естествознания, техники, экономики и управления	7	Перечень вопросов для устного опроса
3.	Локальный экстремум функции многих переменных	ПК-3	ИПК-3.1. Применяет методологические приемы для представления научных знаний.	5	Перечень вопросов для устного опроса
4.	Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.	ОПК-1	ИОПК 1.1. Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.	5	Перечень вопросов для устного опроса
5.	Интегралы, зависящие от параметра.	ПК-3	ИПК-3.1. Применяет методологические приемы для представления научных знаний.	5	Перечень вопросов для устного опроса
6.	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	ОПК-2	ИОПК 2.2. Разрабатывает новые и/или адаптирует/совершенствует математические модели для задач современного естествознания, техники, экономики и управления под руководством более квалифицированного	6	Перечень вопросов для устного опроса

			работника		
7.	Элементы теории поля.	ОПК-1	ИОПК 1.2. Анализирует актуальные и значимые проблемы математики и существующие подходы к их решению	5	Перечень вопросов для устного опроса
Всего:				37	

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ УСТНОГО ОПРОСА

по дисциплине «Математический анализ функций многих переменных»

1. Область определения функции многих переменных
2. Предел и непрерывность функции многих переменных
3. Вычисление частных производных
4. Дифференциал функции многих переменных
5. Частные производные сложных функций
6. Частные производные неявных функций
7. Касательная плоскость и нормаль кповерхности
8. Частные производные и дифференциалы высших порядков
9. Экстремум функции нескольких переменных
10. Общая схема отыскания наибольших и наименьших значений функции нескольких переменных
11. Контрольная работа по теме "Дифференциальное исчисление функций многих переменных"
12. Двойной интеграл и его основные свойства. Выражение двойного интеграла через повторный с внешним интегрированием по различным переменным
13. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием
14. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах
15. Вычисление тройного интеграла повторным интегрированием
16. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах
17. Геометрические приложения двойных и тройных интегралов
18. Вычисление криволинейных интегралов первого рода
19. Вычисление криволинейных интегралов второго рода
20. Формула Грина

21.Геометрические приложения криволинейных интегралов

22.Контрольная работа по теме "Двойные и криволинейные интегралы"

23.Вычисление поверхностных интегралов первого рода

24.Вычисление поверхностных интегралов второго рода

25.Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода

Критерии оценки:

- оценка «**отлично**» выставляется студенту, если:
1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
3) излагает материал последовательно и правильно.
- оценка «**хорошо**», если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.
- оценка «**удовлетворительно**», если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:
1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.
- оценка «**неудовлетворительно**», если
студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА

по дисциплине «Математический анализ функций многих переменных»

1.

Задача: Если функция $f(x, y) = x^2 + y^2$, то частная производная $\frac{\partial f}{\partial x}$ в точке $(1, 2)$ равна:

A) 1 B) 2 C) 2 D) 4

2.

Задача: Если функция $g(x,y)=e^{xy}$, то значение частной производной $\frac{\partial g}{\partial y}$ в точке $(0,1)$ равно:

$$\text{A) } 0 \quad \text{B) } 1 \quad \text{C) } e \quad \text{D) } 1$$

3.

Задача: Функция $f(x,y)$ называется дифференцируемой в точке (a,b), если:

A) f непрерывна в (a,b)

B) $\exists$ частные производные в (a,b)

C) f имеет полное дифференциал

D) f имеет максимум в (a,b)

4.

Задача: Какова частная производная функции $f(x,y)=x^2y+3xy^2$ по переменной x?

- A) $2xy+3y^2$
- B) $2x+3y$
- C) $2xy+6xy$
- D) $3x^2y$

5.

Задача: Какой порядок имеет частная производная $\frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y}$?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

6.

Задача: Формула Тейлора для функции $f(x)$ в окрестности точки a выглядит следующим образом:

- A) $f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)$
- B) $f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(a)}{2}(x-a)^2$
- C) $f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(a)}{2}(x-a)^2+R_n(x)$
- D) Все вышеперечисленное

7.

Задача: Найдите локальный экстремум функции $f(x, y) = x^2 + y^2$ в точке $(1, 1)$.

- A) Локальный минимум
- B) Локальный максимум
- C) Нет экстремума

8.

Задача: Для функции $f(x, y) = x^2 - y^2$ найдите критические точки и определите их тип.

- A) $(0, 0)$ — седловая точка
- B) $(0, 0)$ — локальный минимум
- C) $(0, 0)$ — локальный максимум

9.

Задача: Если функция $f(x, y)$ имеет локальный максимум в точке (a, b), то в этой точке выполняется:

- A) $\nabla f(a, b) = 0$
- B) $\nabla f(a, b) \neq 0$
- C) $\nabla^2 f(a, b) > 0$

10

. **Задача**: Найдите точку экстремума функции $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13$.

- A) (2, 3)
- B) (1, 1)
- C) (0, 0)
- D) (3, 2)

11.

Задача: Укажите, является ли функция $f(x, y) = x^2 + y^2$ выпуклой на множестве $\mathbb{R}^2$.

- A) Да
- B) Нет

12.

Задача: Если функция $f(x, y)$ имеет локальный минимум в точке (a, b), то градиент $\nabla f(a, b)$ равен:

- A) (0, 0)
- B) (1, 1)
- C) (a, b)
- D) (∞, ∞)

13.

Задача: Какой из следующих интегралов является интегралом, зависящим от параметра?

$$I(a) = \int_0^1 x^a \, dx$$

A) $I(a) = \frac{1}{a+1}$
B) $I(a) = \frac{1}{a}$
C) $I(a) = a$
D) $I(a) = a^2$

14.

Задача: Какой из следующих интегралов не имеет зависимости от параметра a?

$$I(a) = \int_0^1 e^{ax} \, dx$$

A) $I(0) = 1$
B) $I(1) = \frac{e-1}{e}$
C) $I(-1) = 1 - \frac{1}{e}$
D) $I(a) = 1$

15.

Задача: Какой из следующих интегралов имеет производную по параметру, равную $\int_0^1 x^2 \, dx$?

$$I(a) = \int_0^1 x^a \sin(x) \, dx$$

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$

16.

Задача: Какой из следующих интегралов представляет собой кратный интеграл по области D в $\mathbb{R}^2$?

$$\int_D f(x,y)\,dx\,dy$$

a) $\int f(x)\,dx$
b) $\int\int_D f(x,y)\,dy\,dx$
c) $\int f(x,y,z)\,dz$
d) $\int_C f(x,y)\,ds$

17.

Задача: Какой из следующих интегралов является криволинейным интегралом по кривой C?

$$\int_C f(x,y)\,dx + g(x,y)\,dy$$

a) $\int f(x)\,dx$
b) $\int_C f(x,y,z)\,ds$
c) $\int_C f(x,y)\,dx + g(x,y)\,dy$
d) $\int\int_D f(x,y)\,dx\,dy$

18.

Задача: Какой из следующих интегралов является поверхностным интегралом по поверхности S?

$$\iint_S \mathbf{F}\cdot d\mathbf{S}$$

a) $\int f(x)\,dx$
b) $\iint_S f(x,y,z)\,dS$
c) $\int_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$
d) $\int\int_D f(x,y)\,dx\,dy$

19.

Задача: Какое из следующих утверждений о векторном поле $\mathbf{F}$ является верным?

- A) Векторное поле всегда является скалярным полем.
- B) Векторное поле может быть определено на произвольном множестве.
- C) Векторное поле может иметь разные значения в одной и той же точке пространства.
- D) Векторное поле не может быть непрерывным.

20.

Задача: Какое из следующих свойств не является свойством градиентного поля?

- A) Оно является консервативным.
- B) У него есть потенциальная функция.
- C) Его ротор равен нулю.
- D) Оно всегда направлено вверх.

21.

Задача: Какое из следующих утверждений о дивергенции векторного поля верно?

- A) Дивергенция всегда равна нулю.
- B) Дивергенция измеряет, насколько векторное поле "разбегается" из данной точки.
- C) Дивергенция не зависит от направления вектора.
- D) Дивергенция всегда положительна.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА И НА СООТВЕТСТВИЕ

по дисциплине «Математический анализ функций многих переменных»

Задания открытого типа:

1.

Задача: Объясните, что такое частные производные функции нескольких переменных. Каковы условия их существования?

2.

Задача: Объясните, что такое частная производная и как она интерпретируется геометрически. Приведите примеры применения частных производных в различных областях.

3.

Задача: Объясните, что такое частные производные и как они связаны с градиентом функции нескольких переменных. Приведите примеры.

4.

Задача: Обоснуйте, как можно использовать метод Лагранжа для нахождения локальных экстремумов функции двух переменных с ограничениями. Приведите пример.

5.

Задача: Обоснуйте, как можно найти условный экстремум функции $f(x, y)$ при условии $g(x, y) = 0$ с помощью метода множителей Лагранжа. Приведите пример.

6.

Задача: Объясните, как вычислить интеграл, зависящий от параметра, с помощью теоремы о дифференцировании под знаком интеграла. Приведите пример такого интеграла.

7.

Задача: Объясните, что такое кратный интеграл, и приведите пример его вычисления для функции $f(x, y) = x^2 + y^2$ на области $D = [0, 1] \times [0, 1]$.

8.

Задача: Объясните, что такое векторное поле и приведите примеры его применения в физике.

Задания на соответствие:

1.

Задача: Соотнесите термины с их определениями:

Термин	Определение
1. Частная производная	A. Производная функции по одной переменной при фиксированных остальных переменных
2. Дифференцируемость	B. Свойство функции, позволяющее аппроксимировать её с помощью линейного отображения
3. Полный дифференциал	C. Сумма частных производных, умноженных на соответствующие приращения переменных
4. Непрерывность	D. Свойство функции, при котором малые изменения аргументов приводят к малым изменениям значения функции

2.

Задача: Соотнесите определения с терминами:

Определение	**Термин**
1. Производная функции по одной переменной, фиксируя остальные переменные	A. Частная производная
2. Формула, позволяющая аппроксимировать функцию в окрестности точки	B. Формула Тейлора
3. Производная, которая вычисляется несколько раз	C. Высшая производная
4. Функция, которая показывает, как изменяется функция при изменении переменной	D. Дифференциал

3.

Термин	**Определение**
1. Частная производная	A. Производная функции нескольких переменных
2. Градиент	B. Линейный оператор, связывающий векторы
3. Формула Тейлора	C. Разложение функции в ряд в окрестности точки
4. Дифференциал	D. Приближение изменения функции

4.

Задача: Соотнесите термины с их определениями:

Термин	**Определение**
1. Критическая точка	A. Точка, в которой градиент функции равен нулю
2. Метод Лагранжа	B. Метод нахождения экстремумов с ограничениями
3. Второй производный тест	C. Метод определения типа критической точки
4. Локальный экстремум	D. Значение функции в окрестности критической точки

5.

Задача: Соотнесите термины с их определениями:

Термин	**Определение**
A. Локальный экстремум	1. Точка, в которой функция принимает наибольшее или наименьшее значение на некоторой окрестности.
B. Условный экстремум	2. Значение функции при заданных условиях.
C. Градиент	3. Вектор, указывающий направление наибольшего роста функции.
D. Выпуклая функция	4. Функция, для которой все ее секущие линии лежат выше графика.

6.

Задача: Соотнесите интегралы с их значениями:

Интеграл	**Значение**
1. $I(a) = \int_0^1 x^a \, dx$	A. $\frac{1}{a+1}$
2. $I(a) = \int_0^1 e^{ax} \, dx$	B. $\frac{e^a-1}{a}$
3. $I(a) = \int_0^1 \frac{x}{a+x^2} \, dx$	C. $\frac{1}{2(a+1)}$
4. $I(a) = \int_0^1 \sin(ax) \, dx$	D. $\frac{1-\cos(a)}{a}$

7.

Задача: Соотнесите тип интеграла с его определением:

Тип интеграла	**Определение**
1. Кратный интеграл	A. Интеграл по кривой в пространстве, зависящий от параметров x и y
2. Криволинейный интеграл	B. Интеграл по поверхности векторного поля
3. Поверхностный интеграл	C. Интеграл, вычисляемый по области в многообразии, например, в $\mathbb{R}^2$

8.

Задача: Соотнесите термины с их определениями:

Термин	**Определение**
A. Векторное поле	1. Мера изменения векторного поля вокруг точки.
B. Градиент	2. Поле, которое имеет направление и величину в каждой точке пространства.
C. Дивергенция	3. Поле, связанное с потенциальной функцией.
D. Ротор	4. Мера вращения векторного поля в данной точке.

Критерии оценки:

- оценка «**отлично**» выставляется студенту, если:
1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
3) излагает материал последовательно и правильно.
- оценка «**хорошо**», если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.
- оценка «**удовлетворительно**», если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:
1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.
- оценка «**неудовлетворительно**», если
студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

Составитель: Гаибов Д.С.