МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

Естественнонаучный факультет

Кафедра математики и физики

«УТВЕРЖДАЮ»
«28» 08 2024 г.
Зав. кафедрой ______ Гулбоев Б.Дж.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

Дифференциальная геометрия и топология
01.03.01– Математика

профиль «Общая математика»

Душанбе 2024 г.

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине Дифференциальная геометрия и топология

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для экзамена/зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1	Тема 1. Элементарные кривые на плоскости и в пространстве. Способы их задания. Вектор-функции одной переменной. Касательная кривой. Длина кривой Тема СРС: Риманова метрика в области евклидова пространства.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия Письменные упражнения	1 1 1
2	Тема 2. Кривизна кривой. Соприкасающаяся плоскость. Кручение кривой. Формулы Френе. Вычисление кручения. Натуральные уравнения кривой Тема СРС: Плоские кривые.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
3	Тема 3.Элементарные поверхности в евклидовом пространстве. Способы их задания. Вектор-функции двух переменных. Кривые на гладкой поверхности.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
4	Тема 4.Касательная плоскость поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Измерение длин кривых и углов между ними	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
5	Тема 5. Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма. Соприкасающийся параболоид	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
6	Тема 6. Главные кривизны и формула Эйлера. Нахождение главных направлений и главных кривизн	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1

7	Тема 7. Площадь поверхности. Сферическое отображение поверхности	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
8	Тема 8. Формула для гауссовой кривизны и следствия из нее. Основные уравнения теории поверхностей. Полугеодезическая параметризация поверхности. Экстремальное свойство геодезических.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
9	Тема 9.Топология в множестве . Метрика в множестве	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1 1
10	Тема 10. Внутренность, замыкание, граница. Подпространства топологического пространства	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
11	Тема 11. Непрерывные отображения. ГомеоморфизМы	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
12	Тема 12. Топологические свойства. Связность.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
13	Тема 13.Линейная связность. Хаусдорфовость	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
14	Тема 14. Компактность. Многообразия	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
15	Тема 15. Топологические многообразия с краем. Топологические многообразия малых размерностей	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
16	Тема 16. Триангуляции, клеточные разбиения. Теорема Эйлера.	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
17	Тема 17. Топологическая классификация,	ОПК-1 ОПК-2	5	Выступление Коллоквиум	1 1

	ориентируемых замкнутых поверхностей. Топологические многообразия без края	ПК-4 ПК-5		Дискуссия	1
Всего:			150		51

ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Формируемые компетенции

ОПК-1 – готовность использовать фундаментальные знания в области аналитической геометрии в будущей профессиональной деятельности

ОПК-2 – Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

ПК-4 – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

ПК-5 – Способен организовать исследования в области математики

Выступление – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов:
- творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

1. Каким условиям удовлетворяет пара (X, Ф) – топология?
2. Верно ли, что внутренняя точка является внешней точкой его дополнения? Почему?
3. Задание топологии с помощью системы замкнутых окрестностей.
4. Понятия базисных окрестностей.
5. Кривая на многообразии.
6. Теорема Стокса.
7. Коммутатор векторных полей.
8. Векторы Киллинга.
9. Аффинный параметр.
10. Геодезическая.
11. Тензор кручения.
12. Сигнатура.
13. Гиперповерхность.

14. Уравнения Гаусса.
15. Задание топологии.
16. Операция замыкания.
17. Отображение топологических пространств.
18. Каким условиям удовлетворяет пара (X, Ф) – топология?
19. Верно ли, что внутренняя точка является внешней точкой его дополнения? Почему?
20. Задание топологии с помощью системы замкнутых окрестностей.
21. Понятия базисных окрестностей.
22. Кривая на многообразии.
23. Теорема Стокса.
24. Коммутатор векторных полей.
25. Векторы Киллинга.

Требование к выступлению:

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

Критерии оценки по выступлению:

Отметка «5». Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

Отметка «4». Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

Отметка «3». Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

Отметка «2» выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Формируемые компетенции

ОПК-1 – готовность использовать фундаментальные знания в области аналитической геометрии в будущей профессиональной деятельности

ОПК-2 – Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

ПК-4 – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

ПК-5 – Способен организовать исследования в области математики

Коллоквиум – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Найти производную вектор к вектору $\bar{r} = \frac{i}{t} + \frac{j}{2t} - \frac{k}{3t}$.
2. Показать, что векторы $\bar{r} = i\cos t + j\sin t + k$ и $\frac{dr}{dt}$ перпендикулярны.
3. $\bar{r} = i\,sh t + j\,ch t + k\sqrt{ch^2 t - 3sh^2 t}$. Найти $\frac{d\left(r^2\right)}{d\,t}$.
4. $\bar{r}_1 = it + jt^2 + kt^3, \quad \bar{r}_2 = it^2 + jt^3 + kt$. Найти $\bar{r}_1 \times \bar{r}_2$.
5. $\bar{r}_1 = it + jt^2 + kt^3, \quad \bar{r}_2 = it^2 + jt^3 + kt$. Найти $\frac{d\left(\bar{r}_1 \times \bar{r}_2\right)}{d\,t}$.
6. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x = 6\sin^2 t$, $y = 8\sin t \cdot \cos t$, $z = 4\cos^2 t$ в точке $t = \frac{\pi}{4}$.
7. Найдите середину отрезка AB на плоскости, где $A = \left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right)$, $B = (0{,}9;\ 0{,}3)$ в метрике плоскости Лобачевского в верхней полуплоскости
8. Построить пример топологического пространства X, такого, что его некоторое подмножество $Y \subset X$ (указать Y) замкнуто, ограниченно, не является компактом.
9. Вычислить вторую квадратичную форму следующей поверхности $r = \left(R\cos u \cos \vartheta,\ R\cos u \sin \vartheta,\ R\sin u\right)$ (сфера).
10. Дана поверхность вращения $r = (u,\ \varphi) = x((u),\ \rho(u)\cos\varphi,\ \rho(u)\sin\varphi)$. Найти вторую квадратичную форму
11. Вычислить длину винтовой линии $x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ z = a\varphi$.
12. Пусть X – метрическое компактное связное пространство. Можно ли две его точки соединить непрерывным путем?
13. Доказать, что n-мерное проективное пространство RP^n является гладким (и вещественно-аналитическим) многообразием.
14. Дана поверхность $x = u + \vartheta$, $y = u^2 + \vartheta^2$, $z = 2u\vartheta$ и семейство линий на ней $u^2 - c\vartheta^2 = c$. Найти дифференциальное уравнение сопряженного ему семейства
15. Доказать, что всякий конечный симплициальный комплекс является подкомплексом симплекса достаточно большой размерности. В частности, он может быть вложен в евклидово пространство, так, что вложение линейно на каждом симплексе.

16. Найти длину дуги кривой $x = 3\cos t,\ y = 3\sin t,\ z = 4t$ от $t = 0$ до произвольного t.
17. Найти годограф вектор-функции $\bar{r} = i\,2^{t} + j\,2^{-t} - k\,2^{3t}$.

Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

Формируемые компетенции

ОПК-1 – готовность использовать фундаментальные знания в области аналитической геометрии в будущей профессиональной деятельности

ОПК-2 – Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

ПК-4 – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

ПК-5 – Способен организовать исследования в области математики

Дискуссия — обсуждение спорного вопроса, проблемы; разновидность спора, направленного на достижение истины и использующего только корректные приёмы ведения спора.

1. Поверхность задана уравнением $F = 8x - 9y + 10z = 0$, где $x = 3u - v$, $y = u + 2v$, $z = 4uv$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial v}$.
2. Написать параметрическое уравнение сферы с центром в начале координат и радиусом R.
3. Написать параметрическое уравнение линии, являющийся годографом вектор-функции $\bar{r} = ai\cos t + aj\sin t + ctk$.
4. Показать, что отображение двух поверхностей друг на друга, при котором каждая сопряженная сеть одной поверхности переходит в ортогональную сеть другой, переводит вторую квадратичную форму одной поверхности в форму, пропорциональную первой квадратичной форме первой поверхности.

5. Написать уравнение эволюты кривой и построить кривую и ее эволюту $y = 1 - \frac{x^2}{2}$
6. Доказать, что если X хаусдорфово, $\exp_n X$ замкнуто в $\exp X$.
7. Построить пример топологического пространства, неудовлетворяющего: а) аксиоме счетности; б) второй аксиоме счетности.
8. Написать уравнение касательной прямой и нормальной плоскости кривой $x = t,\ y = t^2,\ z = t^3$ в любой точке и при $t = 1$.
9. Определить кривизну $1/R$ и кручение $1/p$ кривой $x = 2t,\ y = \ln t,\ z = t^2$ в любой точке и при $t = 1$
10. Найти кривую, задаваемую уравнением $r = r(t),\ -\infty < t < \infty,$ если $r''(t) = a$ – постоянный нулевой вектор
11. Найти геодезическую кривизну k_g для линии на сфере, пересекающей все медианы под заданным углом α
12. Пусть X есть T_1-пространство. Доказать, что тождественное вложение $X \subset \exp X$, переводящее точку x в множество $\{x\}$, является топологическим.
13. Определить радиус кривизны и построить кривую и круг кривизны кривой в ее вершине $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$
14. Найти производную вектор к вектору $\bar{r} = ie^x + j e^{2x} + k e^{3x}$.
15. Показать, что векторы $\bar{r} = i\cos t + j\sin t + k$ и $\frac{dr}{dt}$ перпендикулярны.
16. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x = 4\sin^2 t,$ $y = 6\sin t \cdot \cos t,\ z = 8\cos^2 t$ в точке $t = \frac{\pi}{4}$.
17. Поверхность задана уравнением $F = 2x - y + 3z = 0,$ где $x = u + v,$ $y = uv,\ z = u - v$. Найти $\frac{\partial F}{\partial u}$.

Критерии оценки дискуссии:

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.

3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА (ЭКЗАМЕН)

ОПК-1 – готовность использовать фундаментальные знания в области аналитической геометрии в будущей профессиональной деятельности

ОПК-2 – Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении

ПК-4 – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

ПК-5 – Способен организовать исследования в области математики

Тестовое задание – это один из методов педагогического контроля, задание стандартной формы, выполнение которого позволяет установить уровень и наличие определенных умений, навыков, способностей, умственного развития и других характеристик личности с помощью специальной шкалы результатов, позволяющие за сравнительно короткое время оценить результативность познавательной деятельности, т.е. оценить степень и качество достижения каждым учащимся целей обучения (целей изучения).

@1. Поверхность задана уравнением $F = 3x + 4y - 5z = 0$, где $x = u + v$, $y = uv$, $z = u - v$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial u}$.

$A) $4v - 2 = 0;$ $B) $3v - 2 = 0;$ $C) $2v - 3 = 0;$ $D) $3v - 4 = 0;$
$E) $v + 1 = 0;$

@2. Поверхность задана уравнением $F = 3x + 4y - 5z = 0$, где $x = u + v$, $y = uv$, $z = u - v$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial v}$.

$A) $8 + 4u = 0;$ $B) $3u + 8 = 0;$ $C) $3 + 4u = 0;$ $D) $5u - 8 = 0;$
$E) $8 + u = 0;$

@3. Поверхность задана уравнением $F = 2x - y + 3z = 0$, где $x = u + v$, $y = uv$, $z = u - v$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial u}$.

$A) $5 + v = 0;$ $B) $v - 5 = 0;$ $C) $5 - v = 0;$ $D) $5v + 1 = 0;$
$E) $3v - 1 = 0;$

@4. Поверхность задана уравнением $F=2x-y+3z=0$, где $x=u+v$, $y=uv$, $z=u-v$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial v}$.

$A) $u-1=0$; $B) $u+1=0$; $C) $1-u=0$; $D) $2u+1=0$;
$E) $3u-1=0$;

@5. Поверхность задана уравнением $F=6x+7y-2z=0$, где $x=uv$, $y=u-v$, $z=u+v$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial u}$.

$A) $6v+5=0$; $B) $5-6v=0$; $C) $6-5v=0$; $D) $5+v=0$;
$E) $5v+6=0$;

@6. Поверхность задана уравнением $F=6x+7y-2z=0$, где $x=uv$, $y=u-v$, $z=u+v$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial v}$.

$A) $5u+6=0$; $B) $9u-6=0$; $C) $9u+6=0$; $D) $6u+9=0$;
$E) $6u-9=0$;

@7. Поверхность задана уравнением $F=3x-4y+5z=0$, где $x=2u-v$, $y=u+3v$, $z=uv$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial u}$.

$A) $5v-2=0$; $B) $5v+2=0$; $C) $2v+5=0$; $D) $2v-5=0$;
$E) $v-5=0$;

@8. Поверхность задана уравнением $F=8x-9y+10z=0$, где $x=3u-v$, $y=u+2v$, $z=4uv$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial u}$.

$A) $15v+40=0$; $B) $15v-40=0$; $C) $40v+15=0$; $D) $40v-15=0$;
$E) $15v+20=0$;

@9. Поверхность задана уравнением $F=8x-9y+10z=0$, где $x=3u-v$, $y=u+2v$, $z=4uv$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial v}$.

$A) $26+40u=0$; $B) $40u+26=0$; $C) $4u+26=0$; $D) $40u-26=0$;
$E) $26-40u=0$;

@10. Поверхность задана уравнением $F=3x-4y+5z=0$, где $x=2u-v$, $y=u+3v$, $z=uv$. Найти $\dfrac{\partial F}{\partial v}$.

$A) $15+5v=0$; $B) $15-5v=0$; $C) $10v-15=0$; $D) $6v-15=0$;
$E) $5v-15=0$;

@11. Написать параметрическое уравнение сферы с центром в начале координат и радиусом R.

\$A) $\begin{cases} x = R\sin u \cdot \cos\vartheta \\ y = R\sin u \cdot \sin\vartheta; \\ z = R\cos u \end{cases}$ \$B) $\begin{cases} x = R\sin u \cdot \cos u \\ y = R\sin u \cdot \sin\vartheta; \\ z = R\cos u \end{cases}$ \$C) $\begin{cases} x = R\sin\vartheta \cdot \cos\vartheta \\ y = R\sin u \cdot \sin\vartheta; \\ z = R\cos u \end{cases}$

\$D) $\begin{cases} x = R\sin u \cdot \cos\vartheta \\ y = R\sin u \cdot \sin u; \\ z = R\cos u \end{cases}$ \$E) $\begin{cases} x = R\sin u \cdot \cos\vartheta \\ y = R\sin u \cdot \sin\vartheta; \\ z = R\sin u \end{cases}$

@12. Написать параметрическое уравнение линии, являющийся годографом вектор-функции $\bar{r} = ai\cos t + aj\sin t + ctk$.

\$A) $\begin{cases} x = a\sin t \\ y = a\cos t; \\ z = ct \end{cases}$ \$B) $\begin{cases} x = ct \\ y = a\cos t; \\ z = a\sin t \end{cases}$ \$C) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t; \\ z = ct \end{cases}$ \$D) $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos t; \\ z = ct \end{cases}$

\$E) $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t; \\ z = ct \end{cases}$

@13. Найти годограф вектор-функции $\bar{r} = i\cos t + j + k\sin t$.

\$A) $\begin{cases} x = 1 \\ y = \sin t; \\ z = \cos t \end{cases}$ \$B) $\begin{cases} x = \sin t \\ y = 1; \\ z = \cos t \end{cases}$ \$C) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 1; \\ z = \sin t \end{cases}$ \$D) $\begin{cases} x = 1 \\ y = \cos t; \\ z = \sin t \end{cases}$ \$E) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t; \\ z = 1 \end{cases}$

@14. Найти годограф вектор-функции $r = t^2(i + j + k)$.

\$A) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^2; \\ z = t^2 \end{cases}$ \$B) $\begin{cases} x = t \\ y = t^2; \\ z = t^2 \end{cases}$ \$C) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t; \\ z = t^2 \end{cases}$ \$D) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^2; \\ z = t \end{cases}$ \$E) $\begin{cases} x = t \\ y = t^2; \\ z = t \end{cases}$

@15. Найти годограф вектор-функции $r = (t-1)(i + j + k)$.

\$A) $\begin{cases} x = t \\ y = t-1; \\ z = t-1 \end{cases}$ \$B) $\begin{cases} x = t-1 \\ y = t; \\ z = t-1 \end{cases}$ \$C) $\begin{cases} x = t-1 \\ y = t-1; \\ z = t-1 \end{cases}$ \$D) $\begin{cases} x = t-1 \\ y = t+1; \\ z = t-1 \end{cases}$ \$E) $\begin{cases} x = t+1 \\ y = t; \\ z = t-1 \end{cases}$

@16. Найти годограф вектор-функции $\bar{r} = i\,ch\,t + j\,sh\,t$.

\$A) $\begin{cases} x = ch\,t \\ y = sh\,t; \\ z = 0 \end{cases}$ \$B) $\begin{cases} x = sh\,t \\ y = ch\,t; \\ z = 0 \end{cases}$ \$C) $\begin{cases} x = 0 \\ y = sh\,t; \\ z = ch\,t \end{cases}$ \$D) $\begin{cases} x = 0 \\ y = ch\,t; \\ z = sh\,t \end{cases}$ \$E) $\begin{cases} x = ch\,t \\ y = sh\,t; \\ z = 1 \end{cases}$

@17. Найти годограф вектор-функции $\bar{r} = i\ln t + j\ln^2 t + k\ln^3 t,\ t > 0$.

\$A) $\begin{cases} x=\ln^2 t \\ y=\ln t \\ z=\ln^3 t \end{cases}$; \$B) $\begin{cases} x=\ln t \\ y=\ln^2 t \\ z=\ln^3 t \end{cases}$; \$C) $\begin{cases} x=\ln^3 t \\ y=\ln^2 t \\ z=\ln t \end{cases}$; \$D) $\begin{cases} x=\ln \\ y=\ln^3 t \\ z=\ln^2 t \end{cases}$; \$E) $\begin{cases} x=\ln^2 t \\ y=\ln^3 t \\ z=\ln t \end{cases}$;

@18. Найти годограф вектор-функции $\bar{r}=i\sin t+j\sin 2t+k\sin 3t$.

\$A) $\begin{cases} x=\sin 2t \\ y=\sin t \\ z=\sin 3t \end{cases}$; \$B) $\begin{cases} x=\sin t \\ y=\sin 3t \\ z=\sin 2t \end{cases}$; \$C) $\begin{cases} x=\sin t \\ y=\sin 2t \\ z=\sin 3t \end{cases}$; \$D) $\begin{cases} x=\sin 2t \\ y=\sin 3t \\ z=\sin t \end{cases}$;

\$E) $\begin{cases} x=\sin 3t \\ y=\sin t \\ z=\sin 2t \end{cases}$;

@19. Найти годограф вектор-функции $r=i\,e^t+j\,e^{2t}+k\,e^{3t}$.

\$A) $\begin{cases} x=e^t \\ y=e^{2t} \\ z=e^{3t} \end{cases}$; \$B) $\begin{cases} x=e^t \\ y=e^{3t} \\ z=e^{2t} \end{cases}$; \$C) $\begin{cases} x=e^{2t} \\ y=e^t \\ z=e^{3t} \end{cases}$; \$D) $\begin{cases} x=e^{3t} \\ y=e^t \\ z=e^{2t} \end{cases}$; \$E) $\begin{cases} x=e^{3t} \\ y=e^{2t} \\ z=e^t \end{cases}$;

@20. Найти годограф вектор-функции $\bar{r}=i\,3^t-j\,3^{t+1}-k\,3^{t-1}$.

\$A) $\begin{cases} x=-3^{t+1} \\ y=3^t \\ z=-3^{t-1} \end{cases}$; \$B) $\begin{cases} x=3^t \\ y=-3^{t-1} \\ z=-3^{t+1} \end{cases}$; \$C) $\begin{cases} x=3^t \\ y=-3^{t+1} \\ z=-3^{t-1} \end{cases}$; \$D) $\begin{cases} x=-3^{t+1} \\ y=-3^{t-1} \\ z=3^t \end{cases}$;

\$E) $\begin{cases} x=-3^{t-1} \\ y=-3^{t+1} \\ z=3^t \end{cases}$;

@21. Найти годограф вектор-функции $\bar{r}=i\,2^t+j\,2^{-t}-k\,2^{3t}$.

\$A) $\begin{cases} x=2^t \\ y=-2^{3t} \\ z=2^{-t} \end{cases}$; \$B) $\begin{cases} x=2^t \\ y=2^{-t} \\ z=-2^{3t} \end{cases}$; \$C) $\begin{cases} x=2^{-t} \\ y=2^t \\ z=-2^{3t} \end{cases}$; \$D) $\begin{cases} x=-2^{3t} \\ y=2^t \\ z=2^{-t} \end{cases}$; \$E) $\begin{cases} x=-2^{3t} \\ y=2^{-t} \\ z=2^t \end{cases}$;

@22. Найти годограф вектор-функции $\bar{r}=i\left(t^2+1\right)+j\left(t-2\right)-k\,t^2$.

\$A) $\begin{cases} x=-t^2 \\ y=t^2+1 \\ z=t-2 \end{cases}$; \$B) $\begin{cases} x=t^2+1 \\ y=-t^2 \\ z=t-2 \end{cases}$; \$C) $\begin{cases} x=t^2+1 \\ y=t-2 \\ z=-t^2 \end{cases}$; \$D) $\begin{cases} x=-t^2 \\ y=t-2 \\ z=t^2+2 \end{cases}$;

$E) $\begin{cases} x = t - 2 \\ y = -t^2 \\ z = t^2 + 1 \end{cases}$;

@23. Найти годограф вектор-функции $\bar{r} = i\sqrt[3]{t} + j\sqrt[3]{t+1} - k\sqrt[3]{t-1}$.

$A) $\begin{cases} x = \sqrt[3]{t+1} \\ y = \sqrt[3]{t} \\ z = -\sqrt[3]{t-1} \end{cases}$; $B) $\begin{cases} x = \sqrt[3]{t} \\ y = \sqrt[3]{t+1} \\ z = -\sqrt[3]{t-1} \end{cases}$; $C) $\begin{cases} x = \sqrt[3]{t} \\ y = -\sqrt[3]{t-1} \\ z = \sqrt[3]{t+1} \end{cases}$; $D) $\begin{cases} x = \sqrt[3]{t+1} \\ y = -\sqrt[3]{t-1} \\ z = \sqrt[3]{t} \end{cases}$;

$E) $\begin{cases} x = -\sqrt[3]{t-1} \\ y = \sqrt[3]{t} \\ z = \sqrt[3]{t+1} \end{cases}$;

@24. Найти касательный вектор к вектору $\bar{r} = i\cos t + j\sin t + k$.

$A) $r_1 = i\sin t + j\cos t$; $B) $r_3 = -i\sin t - j\cos t$; $C) $r_2 = i\sin t - j\cos t$;

$D) $r_4 = -i\sin t + k$; $E) $\frac{dr}{dt} = -i\sin t + j\cos t$;

@25. Найти производную вектор к вектору $\bar{r} = ie^x + je^{2x} + ke^{3x}$.

$A) $r' = ie^x - j2e^{2x} + k3e^{3x}$; $B) $r' = ie^x + j2e^{2x} + k3e^{3x}$;

$C) $r' = ie^{2x} + je^x + ke^{3x}$; $D) $r' = ie^x + j2e^{2x} - k3e^{3x}$;

$E) $r' = -ie^x + j2e^{2x} + k3e^{3x}$;

@26. Найти производную вектор к вектору $\bar{r} = ix^2 + jx^3 + kx^4$.

$A) $r' = ix + j3x^2 + k4x^3$; $B) $r' = i2x + jx^2 + k4x^3$;

$C) $r' = i2x + j3x^2 + k4x^3$; $D) $r' = i2x + j3x^2 + kx^3$;

$E) $r' = i2x - j3x^2 + k4x^3$;

@27. Найти производную вектор к вектору $\bar{r} = i\sin 2k + j\sin x + k\sin 3x$.

$A) $r' = i2\cos 2x + j\cos x + k\cos 3x$; $B) $r' = i2\cos 2x + j\cos x + k3\sin 3x$;

$C) $r' = i\cos 2x - j\cos x + k3\cos 3x$; $D) $r' = i\sin 2x + j\cos x + k3\cos 3x$;

$E) $r' = i2\cos 2x + j\cos x + k3\cos 3x$;

@28. Найти производную вектор к вектору $\bar{r} = i2^x + j3^x + k4^x$.

$A) $r' = i2^x + j3^x\ln 3 + k4^x$; $B) $r' = i2^x + j3^x\ln 3 + k4^x\ln 4$;

$C) $r' = i2^x\ln 2 + j\ln 3 + k4^x\ln 4$; $D) $r' = i2^x\ln 2 + j3^x\ln 3 + k\ln 4$;

$E) $r' = i(\ln 2)2^x + j3^x\ln 3 + k4^x\ln 4$;

@29. Найти производную вектор к вектору
$\bar{r} = i(x^2 + x) + j(3x - 5) + k(x^3 - 2x)$.

$A) $r' = (2x+1)i + 3j + (3x^2 - 2)k$; $B) $r' = (2x+1)i + 3j + (3x^3 - 2)k$;
$C) $r' = (2x-1)i + 3j + (3x^2 - 2)k$; $D) $r' = (2x+1)i + 3x\,j + (3x^2 - 2)k$;
$E) $r' = (2x+1)i - 3j + (3x^2 - 2)k$;

@30. Найти производную вектор к вектору $\bar{r} = i\ln x + j\ln 2x + k\ln 3x$.

$A) $r' = \frac{1}{x}i + \frac{2}{x}j + \frac{3}{x}k$; $B) $r' = \frac{1}{x}i + \frac{2}{x}j + \frac{1}{x}k$; $C) $r' = \frac{1}{x}i + \frac{1}{x}j + \frac{3}{x}k$;
$D) $r' = \frac{2}{x}i + \frac{1}{x}j + \frac{3}{x}k$; $E) $r' = \frac{1}{x}i + \frac{1}{x}j + \frac{1}{x}k$;

@31. Найти производную вектор к вектору $\bar{r} = \frac{i}{t} + \frac{j}{2t} - \frac{k}{3t}$.

$A) $r' = -\frac{i}{t^2} + \frac{j}{2t^2} + \frac{k}{3t^2}$; $B) $r' = -\frac{i}{t^2} - \frac{j}{t^2} + \frac{k}{3t^2}$; $C) $r' = -\frac{i}{t^2} - \frac{j}{2t^2} + \frac{k}{3t^2}$;
$D) $r' = \frac{i}{t^2} - \frac{j}{2t^2} + \frac{k}{3t^2}$; $E) $r' = -\frac{i}{t^2} - \frac{j}{2t^2} - \frac{k}{3t^2}$;

@32. Показать, что векторы $\bar{r} = i\cos t + j\sin t + k$ и $\frac{dr}{dt}$ перпендикулярны.

$A) $r \cdot \frac{dr}{dt} = 1$; $B) $r \cdot \frac{dr}{dt} = 0$; $C) $r \times \frac{dr}{dt} = 0$; $D) $r \times \frac{dr}{dt} = 1$;
$E) $r + \frac{dr}{dt} = 1$;

@33. Показать, что векторы $\bar{r} = i\sin t + j\cos t + k$ и $\frac{dr}{dt}$ перпендикулярны.

$A) $r + \frac{dr}{dt} = 0$; $B) $r \times \frac{dr}{dt} = 1$; $C) $r \cdot \frac{dr}{dt} = 1$; $D) $r \times \frac{dr}{dt} = 0$;
$E) $r \cdot \frac{dr}{dt} = 0$;

@34. Показать, что векторы $\bar{r} = -i - j\cos t - k\sin t$ и $\frac{dr}{dt}$ перпендикулярны.

$A) $r \times \frac{dr}{dt} = 1$; $B) $r \cdot \frac{dr}{dt} = 1$; $C) $r \times \frac{dr}{dt} = 0$; $D) $r + \frac{dr}{dt} = 0$;
$E) $r \cdot \frac{dr}{dt} = 0$;

@35. $\bar{r} = i\,ch^2 t + j\,sht \cdot cht + k\,sh^2 t$. Найти $\frac{dr}{dt}$.

$A) $\frac{dr}{dt} = i\,sh2t - j + k\,sh2t$; $B) $\frac{dr}{dt} = i\,sh2t + j\,ch2t + k\,sh2t$;

\$C) $\dfrac{dr}{dt} = i\,sh2t + j - k\,sh2t$;   \$D) $\dfrac{dr}{dt} = -i\,sh2t + j + k\,sh2t$;

\$E) $\dfrac{dr}{dt} = i\,sh2t - j - k\,sh2t$;

@36. $\bar{r} = i\,sh^2 t + j\,sht \cdot cht + k\,ch^2\,t$. Найти $\dfrac{dr}{dt}$.

\$A) $\dfrac{dr}{dt} = i\,sh2t + j\,ch\,2t + k\,sh\,2t$;   \$B) $\dfrac{dr}{dt} = -i\,sh2t + j + k\,sh2t$;

\$C) $\dfrac{dr}{dt} = i\,sh2t - j + k\,sh2t$;   \$D) $\dfrac{dr}{dt} = i\,sh2t + j - k\,sh2t$;

\$E) $\dfrac{dr}{dt} = i\,sh2t + 2j + k\,sh2t$;

@37. $\bar{r} = i\,sht \cdot cht + + j\,ch^2\,t + k\,sh^2\,t$. Найти $\dfrac{dr}{dt}$.

\$A) $\dfrac{dr}{dt} = -i\,ch\,2t + j\,sh\,2t + k\,sh\,2t$;   \$B) $\dfrac{dr}{dt} = i\,ch\,2t - j\,sh2t + k\,sh2t$;

\$C) $\dfrac{dr}{dt} = i\,ch\,2t + j\,sh2t - k\,sh2t$;   \$D) $\dfrac{dr}{dt} = i\,ch\,t + j\,sh2t + k\,sh2t$;

\$E) $\dfrac{dr}{dt} = i\,ch\,2t + j\,sh2t + k\,sh2t$;

@38. $\bar{r} = i\,sht \cdot j\,ch\,t + k\sqrt{ch^2\,t - 3sh^2 t}$. Найти $\dfrac{dr}{dt}$.

\$A) $\dfrac{dr}{dt} = i\,ch\,t + j\,sh\,t + k\dfrac{sh2t}{\sqrt{1-2sh^2 t}}$;   \$B) $\dfrac{dr}{dt} = i\,ch\,t + j\,sh\,t - k\dfrac{sht}{\sqrt{1-2sh^2 t}}$;

\$C) $\dfrac{dr}{dt} = -i\,ch\,t + j\,sh\,t + k\dfrac{sh^2\,t}{\sqrt{1-2\,sh^2 t}}$;   \$D) $\dfrac{dr}{dt} = i\,ch\,t + j\,sh\,t - k\dfrac{sh2t}{\sqrt{1-2\,sh^2 t}}$;

\$E) $\dfrac{dr}{dt} = i\,ch\,t + j\,sh\,t - k\dfrac{sh2t}{\sqrt{1-sh^2 t}}$;

@39. $\bar{r} = i\,sh\,t + j\,ch\,t + k\sqrt{ch^2\,t - 3sh^2\,t}$. Найти r^2.

\$A) $r^2 = -1$;   \$B) $r^2 = 0$;   \$C) $r^2 = 2$;   \$D) $r^2 = -2$;   \$E) $r^2 = 1$;

@40.

$\bar{r} = i\,sh\,t + j\,ch\,t + k\sqrt{ch^2\,t - 3sh^2\,t}$. Найти $\dfrac{d\left(r^2\right)}{dt}$.

\$A) $\dfrac{d\left(r^2\right)}{dt} = 0$;   \$B) $\dfrac{d\left(r^2\right)}{dt} = 1$;   \$C) $\dfrac{d\left(r^2\right)}{dt} = -1$;   \$D) $\dfrac{d\left(r^2\right)}{dt} = sh\,t$;

$E) $\dfrac{d\left(r^2\right)}{dt} = ch\,t$;

@41. $\bar{r}_1 = it + jt^2 + kt^3, \quad \bar{r}_2 = it^2 + jt^3 + kt$. Найти $\bar{r}_1 \times \bar{r}_2$.

$A) $\bar{r}_1 \times \bar{r}_2 = i\left(t^3 + t^6\right) + j\left(t^5 - t^2\right)$; $B) $\bar{r}_1 \times \bar{r}_2 = i\left(t^3 - t^6\right) + j\left(t^5 - t^2\right)$;

$C) $\bar{r}_1 \times \bar{r}_2 = i\left(t^3 - t^6\right) - j\left(t^5 - t^2\right)$; $D) $\bar{r}_1 \times \bar{r}_2 = i\left(t^3 - t^6\right) + j\left(t^5 + t^2\right)$;

$E) $\bar{r}_1 \times \bar{r}_2 = i\left(t^3 - t^5\right) + j\left(t^5 - t^2\right)$;

@42. $\bar{r}_1 = it + jt^2 + kt^3, \quad \bar{r}_2 = it^2 + jt^3 + kt$. Найти $\dfrac{d\left(\bar{r}_1 \times \bar{r}_2\right)}{dt}$.

$A) $\dfrac{d\left(\bar{r}_1 \times \bar{r}_2\right)}{dt} = i\left(3t^2 - 6t^5\right) + j\left(5t^4 - 2t\right)$;

$B) $\dfrac{d\left(\bar{r}_1 \times \bar{r}_2\right)}{dt} = i\left(3t^2 + 6t^5\right) + j\left(5t^4 - 2t\right)$;

$C) $\dfrac{d\left(\bar{r}_1 \times \bar{r}_2\right)}{dt} = i\left(3t^2 - 6t^5\right) - j\left(5t^4 - 2t\right)$;

$D) $\dfrac{d\left(\bar{r}_1 \times \bar{r}_2\right)}{dt} = i\left(3t^2 - 6t^5\right) + j\left(5t^4 + 2t\right)$;

$E) $\dfrac{d\left(\bar{r}_1 \times \bar{r}_2\right)}{dt} = i\left(3t^2 - 6t^5\right) + j\left(5t^4 - 2t^2\right)$;

@43. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x = 3\sin^2 t$, $y = 5\sin t \cdot \cos t$, $z = 2\cos^2 t$ в точке $t = \dfrac{\pi}{4}$.

$A) $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-5}{0} = \dfrac{z-1}{-2}$; $B) $\dfrac{x+\frac{3}{2}}{3} = \dfrac{y-\frac{5}{2}}{0} = \dfrac{z-1}{-2}$;

$C) $\dfrac{x-\frac{3}{2}}{3} = \dfrac{y-\frac{5}{2}}{0} = \dfrac{z-1}{-2}$; $D) $\dfrac{x-\frac{3}{2}}{3} = \dfrac{y-\frac{5}{2}}{0} = \dfrac{z-1}{2}$;

$E) $\dfrac{x-\frac{3}{2}}{3} = \dfrac{y-\frac{5}{2}}{0} = \dfrac{z-2}{-2}$;

@44. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x = 4\sin^2 t$, $y = 6\sin t \cdot \cos t$, $z = 8\cos^2 t$ в точке $t = \dfrac{\pi}{4}$.

$A) $\dfrac{x-2}{-4} = \dfrac{y-3}{0} = \dfrac{z-1}{-8}$; $B) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-3}{0} = \dfrac{z-4}{-8}$;

$C) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-4}{-8}$; $D) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+3}{0} = \dfrac{z-4}{-8}$;

$E) $\frac{x-2}{4}=\frac{y-3}{0}=\frac{z-4}{8}$;

@45. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x=6\sin^2 t$, $y=8\sin t\cdot\cos t$, $z=4\cos^2 t$ в точке $t=\frac{\pi}{4}$.

$A) $\frac{x-3}{-6}=\frac{y-4}{0}=\frac{z-2}{-4}$; $B) $\frac{x-3}{6}=\frac{y-4}{0}=\frac{z-2}{4}$;

$C) $\frac{x+3}{6}=\frac{y-4}{0}=\frac{z-2}{-4}$; $D) $\frac{x-3}{6}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-2}{-4}$;

$E) $\frac{x-3}{6}=\frac{y-4}{0}=\frac{z-2}{-4}$;

@46. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x=2\sin^2 t$, $y=4\sin t\cdot\cos t$, $z=-2\cos^2 t$ в точке $t=\frac{\pi}{4}$.

$A) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+1}{2}$; $B) $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+1}{2}$;

$C) $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{0}=\frac{z+1}{2}$; $D) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-1}{2}$;

$E) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+1}{-2}$;

@47. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x=-2\sin^2 t$, $y=-4\sin t\cdot\cos t$, $z=-6\cos^2 t$ в точке $t=\frac{\pi}{4}$.

$A) $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{0}=\frac{z+3}{6}$; $B) $\frac{x+2}{-4}=\frac{y+3}{0}=\frac{z+3}{6}$;

$C) $\frac{x+1}{-2}=\frac{y+2}{0}=\frac{z+3}{6}$; $D) $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{0}=\frac{z+3}{6}$;

$E) $\frac{x+1}{-2}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+3}{6}$;

@48. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x=4\sin^2 t$, $y=10\sin t\cdot\cos t$, $z=-4\cos^2 t$ в точке $t=\frac{\pi}{4}$.

$A) $\frac{x-4}{4}=\frac{y-5}{0}=\frac{z+2}{4}$; $B) $\frac{x-2}{4}=\frac{y+5}{0}=\frac{z+2}{4}$;

$C) $\frac{x+2}{4}=\frac{y-5}{0}=\frac{z+2}{4}$; $D) $\frac{x-2}{4}=\frac{y-5}{1}=\frac{z+2}{4}$;

$E) $\frac{x-2}{4}=\frac{y-5}{0}=\frac{z+2}{4}$;

@49. Составить уравнение касательной плоскости к кривой $x = 8\sin^2 t$, $y = 4\sin t \cdot \cos t$, $z = -12\cos^2 t$ в точке $t = \frac{\pi}{4}$.

$A) $\frac{x-4}{8} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+6}{12}$; $B) $\frac{x-2}{4} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+6}{12}$;

$C) $\frac{x-4}{8} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-6}{12}$; $D) $\frac{x+4}{8} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+6}{12}$;

$E) $\frac{x-4}{8} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-6}{12}$;

Итоговая форма контроля по дисциплине экзамен проводится в форме тестирования. Тестовая форма итогового контроля по дисциплине предусматривает – 10 тестовых вопросов, где правильный ответ оценивается в 3 балла. Тестирование проводится в электронном виде

Критерии оценки тестовых заданий

«отлично» - более 90 баллов;
«хорошо» - более 75 баллов;
«удовлетворительно» - менее 70 баллов;
«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент Гаибов Д.С.________________
« » ___________ 2024г.