

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ
ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»**

**ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ**

«УТВЕРЖДАЮ»

«29» августа 2025 г.

Зав. кафедрой Гулбоев Б.Дж.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине (модулю)

«Качественная теория дифференциальных уравнений»
Направление подготовки - 01.03.01 «Математика»
Профиль подготовки - «Общая математика»
Форма подготовки - очная
Уровень подготовки - бакалавриат

Душанбе – 2025

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
по дисциплине (модулю) «Качественная теория дифференциальных
уравнений»

№ п/п	Контролируемые разделы, темы, модули	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Количество тестовых заданий	Другие оценочные средства	
				Вид	Количество
1.	Теорема о существовании и единственности дифференциально о уравнения 1-го порядка. Теорема Коши. Метод последовательност и приближений. Метод сжатых отображений	ПК-4 ПК-5 ПК-6	-	Перечень вопросов для коллоквиума, Разноуровнивы е задачи	2 5
2.	Характеристически е числа Ляпунова. Старший и особый показатели линейной системы. Неравенство Вяжеского	ПК-4 ПК-6	-	Перечень вопросов для коллоквиума, Разноуровнивы е задачи	4 7
3.	Теорема Ляпунова Пуанкаре. Асимптотическая устойчивость в целом	ПК-4 ПК-5 ПК-6	-	Перечень вопросов для коллоквиума, Разноуровнивы е задачи	3 8
4.	Оценка матрицы Коши для правильной системы Признак устойчивости для нелинейных систем с неправильной линейной частью Устойчивость по Лагранжу	ПК-4 ПК-5	-	Перечень вопросов для коллоквиума, Разноуровнивы е задачи	5 6
5.	Экспоненциально	ПК-4	-	Перечень	3

	дипломатические уравнения. Функция Грина.	ПК-5 ПК-6		вопросов для коллоквиума, Разноуровневые задачи	7
б.	Устойчивость генеральных показателей экспоненциального расщепления	ПК-4 ПК-6	-	Перечень вопросов для коллоквиума, Разноуровневые задачи	1 7
Всего:			-		58

**МОУ ВО «РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ» (СЛАВЯНСКИЙ)
УНИВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ**

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА
по дисциплине (модулю) «Качественная теория дифференциальных
уравнений»

Формируемые компетенции

Коды компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Вид оценочного средства
ПК-4.	Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности	ИПК-4.1. Анализирует предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждает его правильность или находит ошибки и анализирует причины их возникновения; помогает обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказание помощи в улучшении рассуждения; ИПК-4.2 Формирует способности к логическому рассуждению и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность. ИПК-4.3 Формирует у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи	Разноуровневые задачи Решение задач тест
ПК-5	Способен организовать исследования в области математики	ИПК-5.1 Организует самостоятельную деятельность обучающихся, в том числе исследовательскую; ИПК-5.2 Развивает инициативы обучающихся по использованию математики и научной исследованию; ИПК-5.3 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	Разноуровневые задачи Решение задач тест
ПК-6	Способен выявлять у обучающихся умения	ИПК-6.1 Формирует способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения	Разноуровневые задачи

Критерии оценки:

- оценка **«отлично»** выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка **«хорошо»**, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка **«удовлетворительно»**, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка **«неудовлетворительно»**, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

- оценка **«зачтено»** выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка **«не зачтено»**

Решение неверное или отсутствует

**МОУ ВО «РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ» (СЛАВЯНСКИЙ)
УНИВЕРСИТЕТ»**

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

РАЗНОУРОВНЕВЫЕ ЗАДАЧИ

по дисциплине (модулю) «Качественная теория дифференциальных уравнений»

Формируемые компетенции

Коды компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Вид оценочного средства
ПК-4.	Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности	ИПК-4.1. Анализирует предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждает его правильность или находит ошибки и анализирует причины их возникновения; помогает обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказание помощи в улучшении рассуждения; ИПК-4.2 Формирует способности к логическому рассуждению и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность. ИПК-4.3 Формирует у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи	Разноуровневые задачи Решение задач тест
ПК-5	Способен организовать исследования в области математики	ИПК-5.1 Организует самостоятельную деятельность обучающихся, в том числе исследовательскую; ИПК-5.2 Развивает инициативы обучающихся по использованию математики и научной исследованию; ИПК-5.3 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	Разноуровневые задачи Решение задач тест
ПК-6	Способен	ИПК-6.1 Формирует способности к	Разноуровневые

	<p>выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью</p>	<p>постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения объектов и процессов; ИПК-6.2 Формирует у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью, в частности, формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом, оценивать возможной результат моделирование ИПК-6.3 Владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем.</p>	<p>задачи</p> <p>Решение задач</p> <p>тест</p>
--	---	---	--

Самостоятельная работа №1

1. Решить уравнения

а) $y'''(x-1) - y'' = 0$;

б) $yy'' - y'^2 = yy' / \sqrt{1+x^2}$;

2. Решить задачу Коши

$y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x + e^x, y(0) = 0, y'(0) = 1.$

3. Найти общее решение линейного однородного уравнения. Частное решение искать в виде многочлена или показательной функции.

$(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0.$

Самостоятельная работа №2

1. Найти решение системы, удовлетворяющее начальным условиям

$\dot{x} = 5x + 5y,$

$\dot{y} = -4x + y,$

$x(0) = 0, y(0) = 0.$

2. Решить систему матричным методом

$\dot{x} = 6x - 12y - z,$

$\dot{y} = x - 3y - z,$

$\dot{z} = -4x + 12y + 3z.$

3. Найти общее решение системы

$\dot{x} = 4x - 3y + t^2,$

$\dot{y} = 3x + 4y - e^t.$

Самостоятельная работа №3

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \ln(3 \exp(y) - 2 \cos x), \\ y' = 2 \exp(x) - (8 + 12y)^{1/3}. \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -x - y, \\ y' = x - y. \end{cases}$$

3. При каких значениях a устойчив многочлен $\lambda^5 + \lambda^4 + \lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + a$?

4. Построить фазовый портрет системы $x' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} x$.

5. При каких k и ω уравнение $y'' + k^2 y = \sin \omega t$ имеет хотя бы одно периодическое решение?

Самостоятельная работа №4

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \operatorname{tg}(-x + y), \\ y' = 2^y - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -xy^4 - 2x^3 - y, \\ y' = 2x + 2x^2y^3 - y^7. \end{cases}$$

3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4 + b\lambda^3 + 2\lambda^2 + a\lambda + 2$?

4. Построить фазовый портрет системы $x' = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} x$.

5. При каких значениях параметров p и q все решения уравнения $y'' + py' + qy = 0$ ограничены при всех $x \geq 0$?

Самостоятельная работа №5

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 2 - (8 - 6x + 3y)^{1/3}, \\ y' = 1 - \exp(2x + y). \end{cases}$$

2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2x - 3y, \\ y' = x - y. \end{cases}$$

3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4 + a\lambda^3 + 4\lambda^2 + 2\lambda + b$?

4. Построить фазовый портрет системы $\begin{cases} x' = x - 3y, \\ y' = 3x + y. \end{cases}$

5. При каких значениях параметров p и q все решения уравнения $y'' + py' + qy = 0$ являются периодическими функциями от x ?

Самостоятельная работа №6

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \sin(-2x + y), \\ y' = 1 - \exp(x - y). \end{cases}$$
2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = x - 2y. \end{cases}$$
3. При каких значениях a устойчив многочлен $\lambda^5 + \lambda^4 + 2\lambda^3 + 4\lambda^2 + a\lambda + 6$?
4. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = -2x + \frac{5}{7}y, \\ y' = 7x - 3y. \end{cases}$$
5. Найти периодическое решение уравнения $\ddot{x} + \dot{x} + 4x = \exp(i\omega t)$.

Самостоятельная работа №7

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = (1 + x - 2y)^{-1} - 1, \\ y' = \cos x - \exp(2x - y). \end{cases}$$
2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -2y - x(x - y)^2, \\ y' = 3x - 1.5y(x - y)^2. \end{cases}$$
3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^5 + 2\lambda^4 + 3\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + 6$?
4. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = -5x - y, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$$
5. При каких значениях параметров a и b все решения уравнения $y'' + ay' + by = 0$ стремятся к нулю при $x \rightarrow -\infty$?

Самостоятельная работа №8

1. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = \operatorname{tg}(-2x + y), \\ y' = 1 - (1 - x + y)^{1/3}. \end{cases}$$
2. Используя второй метод Ляпунова, исследовать на устойчивость систему

$$\begin{cases} x' = -4x - y, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$$
3. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4 + b\lambda^3 + 4\lambda^2 + a\lambda + 6$?
4. Построить фазовый портрет системы

$$\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = -2x + y. \end{cases}$$
5. При каких значениях параметров a и b уравнение $y'' + ay' + by = 0$ имеет хотя бы одно решение $y(x) \neq 0$, стремящееся к нулю при $x \rightarrow -\infty$?

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка «**хорошо**», если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка «**удовлетворительно**», если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка «**неудовлетворительно**», если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «**не зачтено**»

Решение неверное или отсутствует

Составитель  Курбаншоев С.З.

«_____» августа 2025 г.