МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»
«29» августа 2025 г.
Зав. кафедрой ________ Гулбоев Б.Дж.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине (модулю)

«**Математический анализ функций многих переменных**»
Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»
Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»
Форма подготовки - очная
Уровень подготовки - магистр

Душанбе – 2025

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине (модулю) «Математический анализ функций многих переменных»

№ п/п	Контролируемые разделы, темы, модули	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Количество тестовых заданий	Другие оценочные средства	
				Вид	Количество
1.	Дифференцируемость отображения. Частные производные.	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	5	Перечень вопросов для устного вопроса, Темы СР	3 1
2.	Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	3	Перечень вопросов для устного вопроса	3
3.	Локальный экстремум функции многих переменных	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	4	Перечень вопросов для устного вопроса, Темы СР	2 1
4.	Экстремум, условный экстремум функции многих переменных.	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	5	Перечень вопросов для устного вопроса	3
5.	Интегралы, зависящие от параметра.	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	4	Перечень вопросов для устного вопроса, Темы СР	3 1
6.	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	7	Перечень вопросов для устного вопроса	2
7.	Элементы теории поля.	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	5	Перечень вопросов для устного вопроса, Темы СР	2 1
8.	Ряды и интеграл Фурье	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	5	Перечень вопросов для устного вопроса	3

9.	Функции на множестве комплексных чисел	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	4	Перечень вопросов для устного вопроса, Темы СР	3 1
10.	Элементарные функции и отображения	ОПК-1, ОПК -2, ПК-2	5	Перечень вопросов для устного вопроса, Темы СР	2 1
Всего:			73		46

МОУ ВО «РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ» (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ УСТНОГО ОПРОСА

по дисциплине (модулю) «Математический анализ функций многих переменных»

Формируемые компетенции

код	**Формируемая компетенция**	**Этапы формирования компетенции**	**Содержание этапа формирования компетенции**	**Вид оценочного средства**
ОПК-1	способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	Начальный этап (знания)	Знает/ИОПК-1.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИОПК-1.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИОПК-1.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование
ОПК-2	способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике,	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.

	экономике и управлении	Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, управлению научным коллективом	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование

1. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных:

1. Что называется функцией двух независимых переменных? областью определения такой функции?

2. Описать табличный и аналитический способы задания функции двух независимых переменных.

3. Что называется графиком функции двух независимых переменных? Описать графическое задание такой функции.

4. Описать метод изучения функций двух и многих независимых переменных посредством функций одной независимой переменной. Что называется линией уровня функции $z=f(x, y)$?

5. Что называется пределом функции $z=f(x, y)$ при $x \longrightarrow x_0$ и $y \longrightarrow y_0$?

6. Дать определение непрерывности функции двух независимых переменных в точке и в области. Привести примеры разрывных функций.

7. Дать определение частной производной функции двух независимых переменных по одной из них. Распространить на функции многих независимых переменных.

8. Каков геометрический смысл частных производных функции $z=f(x, y)$ в системе декартовых координат?

9. Что называется частным приращением и частным дифференциалом по x функции $z=f(x, y)$? Как выражается частный дифференциал функции через ее частную производную?

10. Каков геометрический смысл частных дифференциалов функции $z=f(x, y)$ в системе декартовых координат?

11. Что называется полным приращением и полным дифференциалом функции $z=f(x, y)$? Как выражается полный дифференциал функции через ее частные производные?

12*. Какая функция нескольких переменных называется дифференцируемой? Сформулировать и доказать достаточное условие дифференцируемости.

13. Что называется касательной плоскостью к поверхности в данной ее точке? Вывести уравнение касательной плоскости.

14. Каков геометрический смысл полного дифференциала функции $z=f(x, y)$ в системе декартовых координат?

15. Как применяется полный дифференциал функции для приближенного вычисления ее значений?

16. Вывести формулу для предельной абсолютной ошибки функции нескольких переменных.

17. Вывести формулы для предельных относительных ошибок произведения и частного.

18. Что называется частной производной n-го порядка функции двух независимых переменных?

19. Сформулировать теорему о равенстве вторых смешанных производных.

20. Распространить определение частной производной n-го порядка и теорему о независимости ее от порядка дифференцирования на функции
2. многих независимых переменных.

21. Дать определение полного дифференциала второго порядка функции двух переменных и указать формулу для его отыскания.

22. Сформулировать необходимое и достаточное условия того, чтобы выражение $P(x, y)\,dx+Q(x, y)\,dy$ было полным дифференциалом. Привести доказательства этих условий. Сформулировать соответствующие условия для функции трех переменных.

23. Вывести правило дифференцирования сложной функции.

24. Что называется полной производной?

25. В чем состоит свойство инвариантности вида полного дифференциала функции нескольких переменных?

26. Перечислить основные правила для отыскания дифференциала функции любого числа независимых переменных.

27. Сформулировать теорему существования неявной функции.

28. В чем состоит правило дифференцирования неявно заданной функции?

29. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением в общем виде в системе декартовых координат.

30. Как составить уравнения касательной прямой и нормальной плоскости к кривой, заданной пересечением двух поверхностей?

31. Дать определение точки экстремума (максимума и минимума) функции двух переменных.

32. В чем состоит необходимый признак экстремума функции двух независимых переменных? Каков его геометрический смысл?

33. Сформулировать достаточные условия экстремума для функции двух переменных.

34. Описать способ отыскания наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных в заданной замкнутой области.

35*. Дать определение точки условного экстремума функции $f(x, y)$ на линии L.

36*. Указать способы отыскания точек условного экстремума. Сформулировать метод множителей Лагранжа и объяснить его геометрический смысл.

37*. Сформулировать задачи на условный экстремум для функций трех и большего числа переменных.

38. Что называется скалярным полем? поверхностью уровня скалярного поля?

39. Вывести формулу для производной по направлению.

40. Дать определение градиента скалярного поля. Как выражается производная по направлению через градиент?

41. Сформулировать и доказать свойства градиента.

3. Интегральное исчисление функции нескольких переменных

1. Как определяется работа при движении точки в силовом поле?

2. Что называется криволинейным интегралом $\int\limits_L P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy$ по данной линии?

3. Как вычисляется криволинейный интеграл с помощью обыкновенного интеграла, если уравнение линии интегрирования дано в параметрическом виде? Привести соответствующую формулу.

4. Как вычисляется криволинейный интеграл, если уравнение линии интегрирования задано в виде $y = y(x)$ или $x = x(y)$?

5. Как влияет направление интегрирования на величину криволинейного интеграла? Как устанавливается положительное направление в случае замкнутого контура интегрирования?

6. Сформулировать и доказать теорему Грина.

7. Что означает независимость криволинейного интеграла от линии интегрирования?

8. Показать, что независимость интеграла от контура интегрирования эквивалентна равенству его нулю по любому замкнутому контуру.

9. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условии независимости криволинейного интеграла от линии интегрирования.

10. Указать наиболее удобный способ вычисления криволинейного интеграла от полного дифференциала. Привести соответствующие формулы.

11. Что называется первообразной от полного дифференциала? Записать общее выражение для первообразных.

12. Как определяется криволинейный интеграл по пространственной линии?

13. Сформулировать теорему о независимости криволинейного интеграла от линии интегрирования для пространственного случая.

14. Какое силовое поле называется потенциальным? Что называется потенциалом такого поля?

15. Дать определение криволинейного интеграла по длине и указать способы его вычисления.

16*. Как определяется поток жидкости через заданную поверхность?

17*. Что называется интегралом по поверхности?

18*. Какие поверхности называются двусторонними? Привести пример односторонней поверхности.

19*. Указать задачи, приводящие к интегралам по поверхности, у которых подынтегральная функция не связана с выбором направления нормали к поверхности и у которых она связана. Что значит взять интеграл по определенной стороне поверхности?

20*. Как вычисляется интеграл по поверхности?

21*. Сформулировать и доказать теорему Стокса.

22*. Доказать, опираясь на формулу Стокса, теорему о необходимом и достаточном условии независимости криволинейного интеграла по пространственной линии от линии интегрирования.

23*. Сформулировать и доказать теорему Остроградского.

24*. Что называется векторным полем? Привести конкретные примеры векторных полей.

25*. Что называется векторной линией? Вывести уравнения (дифференциальные) векторных линий.

26*. Что называется потоком вектора через поверхность?

27*. Дать определение дивергенции векторного поля. Вывести формулу для выражения дивергенции.

28*. Сформулировать в векторной форме теорему Остроградского и указать ее физический смысл.

29*. Что называется циркуляцией вектора?

30*. Вывести формулу для предела отношения циркуляции вектора по плоскому контуру L к площади, ограниченной этим контуром.

31*. Дать определение ротора векторного поля. Сформулировать в векторной форме теорему Стокса.

32*. Указать правила действий с оператором Гамильтона.

33*. Перечислить все возможные дифференциальные векторные операции второго порядка.

34*. Дать определение трубчатого поля и указать его основные свойства.

35*. Указать основные свойства потенциального поля.

36*. Какое поле называется гармоническим? Какому условию удовлетворяет потенциал такого поля?

Критерии оценки:

- оценка «**отлично**» выставляется студенту, если:

1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;

2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;

3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка «**хорошо**», если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка «**удовлетворительно**», если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка «**неудовлетворительно**», если

студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «**не зачтено**»

Решение неверное или отсутствует

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

по дисциплине (модулю) «Математический анализ функций многих переменных»

Формируемые компетенции

код	**Формируемая компетенция**	**Этапы формирования компетенции**	**Содержание этапа формирования компетенции**	**Вид оценочного средства**
ОПК-1	способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	Начальный этап (знания)	Знает/ИОПК-1.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИОПК-1.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИОПК-1.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование
ОПК-2	способен строить и анализировать математическ	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль

	ие модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	этап (навыки)		самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, управлению научным коллективом	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование

Самостоятельная работа №1

1. 1. Найти частные производные второго порядка функции $z = \ln(x^2 + y^2)$.

2. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$ в точке $M_0(1, -1, 1)$.

2. 1. Найти частные производные второго порядка функции $z = e^{xy^2}$.

2. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = 1 + x^2 + y^2$ в точке $M_0(1, 1, z_0)$.

3. 1. Найти частные производные второго порядка функции $z = (x + y)/(x - y)$.

2. Записать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2z - xyz + y^2 - x - 3 = 0$ в точке $M_0(-2, 3, z_0)$.

Самостоятельная работа №2

1. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^2 - 3x + 2y$. (*Ответ:* $z_{\min} = z(1, -1) = -3$.)

2. Исследовать на экстремум функцию $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$. (*Ответ:* $z_{\max} = z(4, 4) = 15$.)

3. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$. (*Ответ:* $z_{\min} = z(0, -2/3) = -4/3$.)

Самостоятельная работа №3

1. 1. Представить двойной интеграл $\iint\limits_D f(x, y)\,dxdy$ в виде повторного интеграла при разных порядках интегрирования по x и по y, если известно, что область D ограничена линиями $y = 2x$, $x = 0$, $y + x = 3$.

2. Вычислить $\iint\limits_D x\,dxdy$, если область D ограничена линиями $y = x^2$, $y = 2x$. (*Ответ:* 4/3.)

2. 1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_0^4 dx \int_{x^2/2-3}^{2x-3} f(x, y)\,dy.$$

2. Вычислить $\iint\limits_D x\,dxdy$, если область D ограничена линиями $x = 0$, $y = 0$, $y = \sqrt{4 - x^2}$. (*Ответ:* 8/3.)

3. 1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_{-4}^{8} dy \int_{(y+4)/2}^{\sqrt{3y+12}} f(x, y)\,dx.$$

2. Вычислить $\iint\limits_D x^2\,dxdy$, если область D ограничена линиями $y = x$, $y = 1/x$, $x = 2$. (*Ответ:* 2.)

Самостоятельная работа №4

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - x$, $y^2 = 4x + 4$. (*Ответ:* 64/3.)

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $x + y + z = 4$. (*Ответ:* 4π.)

3. Вычислить объем тела, ограниченного цилиндром $z = y^2/2$ и плоскостями $2x + 3y = 12$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. (*Ответ:* 16.)

Самостоятельная работа №5

1. 1. Расставить пределы интегрирования в интеграле $\iiint\limits_V f(x, y, z)dxdydz$, если область V ограничена плоскостями $x=0$, $y=0$, $z=0$, $2x+3y+4z=12$.

2. Вычислить $\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$, если область V ограничена поверхностями $z=x^2+y^2$, $z=1$. (*Ответ:* $4\pi/15$.)

2. 1. Расставить пределы интегрирования в интеграле $\iiint\limits_V f(x, y, z)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями $y=x$, $y=2x$, $z=0$, $x+z=2$.

2. Вычислить $\iiint\limits_V \sqrt{x^2+z^2}\,dxdydz$, если область V ограничена поверхностями $y=x^2+z^2$, $z=1$. (*Ответ:* $4\pi/15$.)

3. 1. Расставить пределы интегрирования в интеграле $\iiint\limits_V f(x, y, z)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями $y=x^2$, $z=0$, $y+z=4$.

2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=9$, $z=1$, $x+y+z=11$. (*Ответ:* 90π.)

Самостоятельная работа №6

1. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z=x^2$, $3x+2y=12$, $y=0$, $z=0$. (*Ответ:* 32.)

2. Вычислить момент инерции относительно плоскости Oyz тела, ограниченного плоскостями $x+2y-z=2$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, если его плотность $\delta(x, y, z)=x$. (*Ответ:* $4/15$.)

3. Вычислить координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $2z=4-x^2-y^2$, $z==0$. (*Ответ:* $(0, 0, 2/3)$.)

Самостоятельная работа №7

1. Вычислить:

а) $\int\limits_L x\,dl$, если L — отрезок прямой, соединяющей точки $A(0, 0)$ и $B(1, 2)$;

б) $\int\limits_{L_{AB}} (x+y)\,dx+(x-y)\,dy$, если L_{AB} — дуга параболы

$y=x^2$, лежащая между точками $A(-1,\ 1)$ и $B(1,\ 1)$. (*Ответ:* а) $\sqrt{5}/2$; б) 2.)

2. Вычислить:

а) $\int\limits_L x^2 y\,dl$, если L — часть окружности $x^2+y^2=9$, лежащая в первом квадранте;

б) $\int\limits_{L_{AB}} (x-y)\,dx+(x+y)\,dy$, если L_{AB} — отрезок прямой, соединяющий точки $A(2,\ 3)$ и $B(3,\ 5)$.
(*Ответ:* а) 27; б) 23/2.)

3. Вычислить:

а) $\int\limits_L \frac{dl}{x+y}$, если L — отрезок прямой $y=x+2$, соединяющий точки $A(2,\ 4)$, $B(1,\ 3)$;

б) $\int\limits_{L_{AB}} (y+x^2)dx+(2x-y)dy$, если L_{AB} — дуга параболы $y=2x-x^2$, расположенная между точками $A(1,\ 1)$ и $B(3,\ -3)$. (*Ответ:* а) $(\sqrt{2}/2)\ln 2$; б) 12.)

Самостоятельная работа №8

1. 1. С помощью криволинейного интеграла второго рода вычислить площадь области D, ограниченной линиями $y=x^2$ и $y=\sqrt{x}$. (*Ответ:* 1/3.)

2. Найти функцию $u(x,\ y)$, если

$$du(x,\ y)=(2xy+x^3-5)\,dx+(x^2-y^3+5)\,dy.$$

2. 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной осями координат и дугой эллипса $x^2/a^2+y^2/b^2=1$, расположенной в первом квадранте. (*Ответ:* $\pi ab/4$.)

2. Найти функцию $u(x,\ y)$, если

$$du(x,\ y)=(x^2+2xy-y^2)\,dx+(x^2-2xy+y^2)\,dy.$$

3. 1. Вычислить работу силы $\mathbf{F}(x,\ y)=2xy\mathbf{i}+x^2\mathbf{j}$, совершаемую на пути, соединяющем точки $A(0,\ 0)$ и $B(2,\ 1)$. (*Ответ:* 4.)

2. Найти функцию $u(x,\ y)$, если

$$du=\frac{2x(1-e^y)}{(1+x^2)^2}\,dx+\left(\frac{e^y}{1+x^2}+1\right)dy.$$

Критерии оценки:

- оценка «**отлично**» выставляется студенту, если:

1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;

2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
3) излагает материал последовательно и правильно.
- оценка «**хорошо**», если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.
- оценка «**удовлетворительно**», если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:
1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.
- оценка «**неудовлетворительно**», если
студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если
Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.
- оценка «**не зачтено**»
Решение неверное или отсутствует

Тестовые задания

Формируемые компетенции

код	**Формируемая компетенция**	**Этапы формирования компетенции**	**Содержание этапа формирования компетенции**	**Вид оценочного средства**
ОПК-1	способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	Начальный этап (знания)	Знает/ИОПК-1.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИОПК-1.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.

		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИОПК-1.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование
ОПК-2	способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, управлению научным коллективом	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование

Тест №1

1. Найти градиент функции $f(x,y)=\dfrac{xy}{x^2+y^2+1}$ в точке $M(0,3)$:

A) $\operatorname{grad} f=\{0;-0{,}3\}$,
B) $\operatorname{grad} f=\{0{,}3;\ 0\}$,
C) $\operatorname{grad} f=\{-0{,}3;\ 0\}$,
D) $\operatorname{grad} f=\{0;\ 0{,}3\}$

2. Найти дифференциал второго порядка в точке M_0:

$f(x,y)=(x+y)^{xy}$, $M_0(1;0)$.

A) $dxdy+2dy^2$,

B) $dxdy+dy^2$,

C) $2dxdy+2dy^2$,

D) $3dx^2-2dxdy+2dy^2$

3. Исследовать функцию на условный локальный экстремум:

$$f(x,y)=5-3x-4y, \quad при \quad x^2+y^2=25$$

A) (-3;-4), (3;4)— точки условного локального минимума;
B) (3;4)—условный локальный минимум; (-3;-4)—усл. лок максимум
C) (0;0)—условный локальный минимум; (-1;1)—усл. лок максимум
D) точек условного локального экстремума нет

4. Двойной интеграл $\iint\limits_P f(x,y)dxdy$, где (P) - прямоугольник $\begin{cases} a \le x \le b \\ c \le y \le d \end{cases}$, вычисляется:

M $\iint\limits_P f(x,y)dxdy = \int\limits_a^b dy \int\limits_c^d f(x,y)dx$;

N $\iint\limits_P f(x,y)dxdy = \int\limits_a^b f(x,y)dx \int\limits_c^d dy$;

K $\iint\limits_P f(x,y)dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_c^d f(x,y)dy$.

5. $\iint\limits_{(Д)} x^2(x-y)dxdy$, где (Д): $x=y^2, y=x^2$. равен …

А. $-\frac{1}{5}$; $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y-x)dx.$

Б. $-\frac{1}{504}$; $\int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y-x)dx.$

В. $\frac{1}{504}$; $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} (y-x)dx.$

Г. $-\frac{1}{504}$; $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y-x)dx.$

Тест№ 2

1. Какому из уравнений удовлетворяет функция $u=e^x(x\cos y - y\sin y)$

A) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ **B)** $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=e^x$

C) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ **D)** $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$

2. 163. Пусть $f: D \subset R^2 \to R$, $M_0(x_0;y_0)$- внутренняя точка области D и f дифференцируема в точке M_0. Выберите верные утверждения:

A) f имеет частные производные по всем переменным в точке M_0

B) существуют производные по всем возможным направлениям в точке M_0

C) полное приращение в точке M_0 функции f может быть представлено в виде: $f'_x(M_0)\cdot\Delta x + f'_y(M_0)\cdot\Delta y + \alpha_1(\Delta x,\Delta y)\cdot\Delta x + \alpha_2(\Delta x,\Delta y)\cdot\Delta y$, где α_1,α_2 бесконечно малые функции при $\Delta x \to 0, \Delta y \to 0$

D) M_0-точка локального экстремума функции f

3. 164. Найти точки локального экстремума функции $f(x,y) = x^2 + y^2 - 32\ln(xy)$

A) A(4;4), B(-4;-4)-точки локального максимума

B) A(4;4)-точка локального максимума, B(-4;-4)-точка локального минимума

C) точек локального экстремума нет

D) A(4;4), B(-4;-4)-точки локального минимума

4. Двойной интеграл $\iint\limits_P f(x,y)dxdy$, где (P) – произвольная область ограниченная сверху графиком $y=\varphi_2(\alpha)$, снизу – графиком $y=\varphi_1(\alpha)$, с боков x=a и x=b, вычисляется:

M $\iint\limits_P f(x,y)dxdy = \int\limits_a^b dx\int\limits_c^d f(x,y)dy$;

N $\iint\limits_P f(x,y)dxdy = \int\limits_a^b dx\int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)dy$;

K $\iint\limits_P f(x,y)dxdy = \int\limits_a^b dy\int\limits_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)dx$.

5. (Д) – половина круга радиуса R с центром в начале координат, лежащая в области $y \ge 0.$, $\iint\limits_{(Д)}(x^2+y^2)dxdy, = \ldots$

А. $\frac{\pi R^2}{4}$.

Б. $\frac{R^4}{4}$.

В. $\frac{\pi R^4}{4}$.

Г. $\frac{\pi R}{4}$.

Тест № 3

1. Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно: $0{,}97^{1{,}05}$.

A) 0,96 **B)** 0,97 **C)** 1 **D)** -0,98

2. 162. Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно: $\sqrt{1{,}02^3 + 1{,}97^3}$

A) 3,04 **B)** -3,04 **C)** 0,034 **D)** 30,4

3. Производная функции $f(x,y)$ в точке $(x_0,\, y_0)$ по направлению вектора $(1,\,0)$ равна:

A) $f'_x(x_0,y_0)$ **B)** $f'_y(x_0,y_0)$

C) $f'_x(x_0,y_0) + f'_y(x_0,y_0)$ **D)** $f'_x(x,y)$

4. Двойной интеграл $\iint f(x,y)dxdy$ в полярной системе координат

$\begin{cases} x = \rho\cos\Theta \\ y = \rho\sin\Theta \end{cases}$ вычисляется по формуле:

M $\iint\limits_{P} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{P'} f(\rho\cos\Theta, \rho\sin\Theta)\rho d\Theta d\rho$;

N $\iint\limits_{P} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{P'} f(\rho\cos\Theta, \rho\sin\Theta)d\Theta d\rho$;

K $\iint\limits_{P} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{P'} f(\rho\cos\Theta, \rho\sin\Theta)\rho^2 d\Theta d\rho$.

5. Д) – ограничена прямыми $x = 2, y = x, x = 2y$. $\iint\limits_{(Д)} \frac{xdxdy}{x^2+y^2} = \ldots$

А. $\frac{\pi}{6}$

Б. π^6

В. $\frac{\pi}{3}$

Г. 0

Итоговая система оценок по кредитно-рейтинговой системе с использованием буквенных символов

Оценка по буквенной системе	Диапазон соответствующих наборных баллов	Численное выражение оценочного балла	Оценка по традиционной системе
A	10	95-100	Отлично
A-	9	90-94	
B+	8	85-89	Хорошо
B	7	80-84	
B-	6	75-79	
C+	5	70-74	Удовлетворительно
C	4	65-69	
C-	3	60-64	
D+	2	55-59	
D	1	50-54	
Fx	0	45-49	Неудовлетворительно

Составитель ___________________________ (подпись)