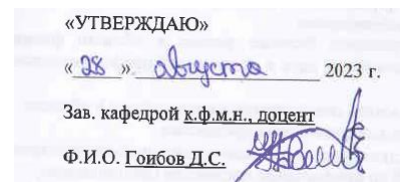


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

Естественнонаучный факультет

Кафедра математики и физики



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

Линейная алгебра

03.03.02– Физика

профиль «Общая физика»

Душанбе 2023 г.

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
по дисциплине Линейная алгебра

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Количеств о заданий для зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Количество
1	Матрицы и определители.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
2	Основные сведения о матрицах. Операционные над матрицами	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
3	Определители и их свойства Подстановки и перестановки, инверсия.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
4	Определители n-го порядка	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
5	Миноры и алгебраические дополнения. Разложения определителя по элементам строки и столбца	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
6	Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
7	Системы линейных уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных. Метод Гаусса.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
8	Правило Крамера. Матричные уравнения.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
9	Решение системы n-линейных уравнений с n-неизвестными.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1

10	Ранг матрицы. Совместность системы линейных уравнений. Система однородных линейных уравнений	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
11	Линейное пространство. Базис и размерность. Линейная зависимость системы векторов.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
12	Линейны преобразования (операторы). Матрица линейного оператора	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
13	Связи векторов и матрицы оператора при изменении базиса	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
14	Связи векторов и матрицы оператора при изменении базиса	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
15	Собственные векторы и собственные значения. Условия приведения матрицы к диагональному виду.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	3	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
16	Евклидово пространство.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
17	Скалярное произведение, ортогональная система векторов, базис.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
18	Процесс ортогонализации системы векторов. Ортонормированный базис Евклидова пространства.	ОПК 1 ПК 1 ПК 4 ПК 5	1	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
Всего:			50		54

ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Формируемые компетенции

ОПК 1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

ПК 1 Способностью использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин

ПК 4 Способностью использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания учащихся

ПК 5 Способностью проектировать, организовывать и анализировать педагогическую деятельность, обеспечивая последовательность изложения материала и междисциплинарные связи физики с другими дисциплинами

Выступление – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
 - углубления и расширения теоретических знаний;
 - формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
 - развития познавательных способностей и активности студентов:
 - творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
 - формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
 - развития исследовательских умений.
1. Свойства операции над матрицами. Обратные матрицы
 2. Свойства определителей
 3. Вычисление обратной матрицы
 4. Решение n -линейных систем уравнений с n -неизвестными
 5. Система однородных линейных уравнений и условия ненулевых решений (векторов)
 6. Изоморфизм линейных пространств
 7. Матрица линейных преобразований
 8. Характеристические уравнения. Оператор
 9. Операции над матрицами
 10. Транспонирование матрицы. Свойства операции над матрицами. Обратная матрица
 11. Инверсия и транспозиция
 12. Определители второго и третьего порядка. Определитель n -го порядка
 13. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки и столбца
 14. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы
 15. Понятие системы n линейных уравнений с n неизвестными и её решения. правило Крамера
 16. Метод последовательного исключения неизвестных. Метод Гаусса
 17. Ранг матрицы. Совместимость системы линейных уравнений
 18. Линейные пространства. Понятие линейного пространства. Подпространство. Линейные зависимости системы векторов

Требование к выступлению:

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

Критерии оценки по выступлению:

Отметка «5». Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

Отметка «4». Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

Отметка «3». Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

Отметка «2» выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Формируемые компетенции

Коллоквиум – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами. Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Сложите матрицы: $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 7 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Сложите матрицы: $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -6 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Умножьте матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 8 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$.

4. Умножьте матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Найдите матрицы $8A - 5B$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

6. Найдите матрицы $2A - 9B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Выполните действие: $3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.

8. Выполните действие: $5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 5 & 2 & 5 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 5 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

9. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix}$.

10. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

11. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

12. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 3 & 5 & x \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 10$.

13. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$. Найти миноры элемента a_{33} .

14. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$. Найти миноры элемента a_{32} .

15. Найти обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$.

16. Найти обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$.

17. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & -2 \\ -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

18. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \\ -5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

Формируемые компетенции

Дискуссия — обсуждение спорного вопроса, проблемы; разновидность спора, направленного на достижение истины и использующего только корректные приёмы ведения спора.

1. Умножение на число. Сложение матриц. Ранг суммы и произведения матриц

2. Решение задач по теореме о базисном миноре Нахождение обратной матрицы методом Гаусса
3. Вычисление определителей. Нахождение миноров и алгебраических дополнений
4. Умножение определителей. Декартовы координаты векторов и точек
5. Скалярное произведение векторов. Вычисление векторного и смешанного произведения векторов через их координаты
6. Вычисление однородных линейных систем. Вычисление систем линейных уравнений методом Крамера
7. Вычисление систем линейных уравнений матричным методом. Решение системы линейных уравнений теоремой Кронекера-Капелле. Метод Жордано-Гаусса.
8. Скалярное произведение в различных пространствах. Координаты вектора в ортонормированном базисе
9. Примеры нахождения подпространств. Вычисление проекции вектора на подпространство
10. Положительная и отрицательная определенная квадратичная формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов
11. Критерий Сильвестра. Вычисление ортогональных матриц
12. Деление отрезка в данном отношении. Нахождение площади треугольника. Вычисление уравнения прямой на плоскости
13. Углы, образуемые двумя прямыми на плоскости. Вычисление смешанных задач, относящихся к уравнению прямой на плоскости
14. Условия компланарности вектора плоскости. Неполное и нормальное уравнение
15. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве
16. Нахождение угла между двумя плоскостями. Нахождение гиперболы, окружности, параболы
17. Нахождение окружности, эллипса. Переход от одной прямоугольной системы координат к другой
18. Вычисление ортогональных матриц. Вычисление задачи о пересечении трёх поверхностей

Критерии оценки дискуссии:

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.

4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

При каких условиях матрица A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_1$, $j = 1, 2, \dots, n_1$, и матрица B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_2$, $j = 1, 2, \dots, n_2$, будут равными?

1. Чему равна величина элемента c_{ij} матрицы C , которая является результатом сложения матрицы A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_1$, $j = 1, 2, \dots, n_1$, и матрицы B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m_2$, $j = 1, 2, \dots, n_2$; укажите также в каких пределах при этом изменяются индексы элемента c_{ij} ?

2. Чему равна величина элемента c_{ij} матрицы C , которая является результатом умножения матрицы A с элементами a_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n_1$, справа на матрицу B с элементами b_{ij} , где $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, k$, а также укажите в каких пределах при этом изменяются индексы элемента c_{ij} ?

3. Какие свойства операции сложения и умножения матриц совпадают со свойствами операции сложения и умножения чисел?

4. Всегда ли матрица с диагональными элементами, равными единице, является единичной матрицей?

5. Какие действия необходимо проделать с элементами данной матрицы, чтобы получить транспонированную матрицу к данной матрице?

6. Каждая ли матрица имеет определитель?

7. Как вычислить определитель матрицы n -го порядка?

8. Как вычислить алгебраическое дополнение элемента a_{ij} матрицы n -го порядка?

9. Перечислите основные свойства определителя матрицы.

10. Как изменится величина определителя матрицы, если матрицу умножить на число, не равное нулю?

11. Перечислите виды матриц, определители которых равны нулю.

12. Что общего и чем отличаются тривиальное и противоречивое уравнения?

13. Что утверждает теорема о свободных неизвестных?

14. При каких условиях разрешенная СЛУ является определенной и при каких – неопределенной?

15. Перечислите преобразования, переводящие СЛУ в равносильную СЛУ.

16. Чем отличается базисное решение СЛУ от других частных решений той же СЛУ?

17. Если k -число шагов, проделанных при решении СЛУ с m уравнениями методом Гаусса, то, какие из соотношений: $m < k$, $m = k$, $m > k$ - невозможны?

18. Если однородная СЛУ с m уравнениями и n переменными имеет ненулевое решение, то какие из соотношений: $n < m$, $n = m$, $n > m$ - невозможны?

19. Какая матрица может быть обратной к данной матрице A ?

20. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$21. \begin{cases} 3x + 4y = 11, \\ 5y + 6z = 28, \\ x + 2z = 7. \end{cases}$$

$$22. \text{ Решить систему линейных уравнений методом Гаусса } \begin{cases} 4x + 2y + 3z = -2, \\ 2x + 8y - z = 8, \\ 9x + y + 8z = 0. \end{cases}$$

23. Решить систему линейных уравнений матричным методом и найти сумму квадратов неизвестных

$$24. \begin{cases} 5x + 2y - 3z = 3, \\ 8x - 3y + 2z = -7, \\ 2x + 3y - 5z = 4. \end{cases}$$

25. Найдите расстояние между точками $M(-2; -2)$ и $N(2; 1)$

26. Даны вершины треугольника $A(1; -5)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -4)$. Найдите площадь.

27. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $M(-1; 2)$ и $N(3; -5)$

28. Найти сумму координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$.

29. Найти сумму полуосей эллипса, если большая полуось равна 10, а расстояние между фокусами $10\sqrt{3}$.

30. Найдите эксцентриситет гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$.

31. 104. Даны точки $A(3; -1; 2)$ и $B(-1; 2; 1)$. Найти координаты вектора \overrightarrow{AB} .

32. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Найти длину вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

33. 109. Найти скалярное произведение векторов \vec{a} и $2\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$.

34. Найти векторное произведение векторов $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

35. Составить уравнение плоскости, проходящее через точку $M(2; 1; -1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{N}(1; -2; 3)$.

36. Найти сумму отрезков на оси координат, которые отсекают данную плоскость $4x + 5y - 2z + 6 = 0$.

37. Сложите матрицы: $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 7 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

38. Сложите матрицы: $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -6 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

39. Умножьте матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 8 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$.

40. Умножьте матрицы: $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

41. Найдите матрицы $8A - 5B$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

42. Найдите матрицы $2A - 9B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

43. Выполните действие: $3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.

44. Выполните действие: $5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 5 & 2 & 5 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 5 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

45. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix}$.

46. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

47. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

48. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 3 & 5 & x \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 10$.

49. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}$. Найти миноры элемента a_{33} .

Итоговая форма контроля по дисциплине зачет проводится в устной форме, путем решения задач.

Критерии оценки заданий

«отлично» - более 90 баллов;

«хорошо» - более 75 баллов;

«удовлетворительно» - менее 70 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент Исраилов С.

«28» августа 2023г.