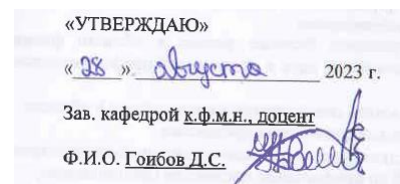


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

Естественнонаучный факультет

Кафедра математики и физики



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине
Теория Чисел

01.03.01– Математика

профиль «Общая математика»

Душанбе 2023 г.
ПАСПОРТ

ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине Теория чисел

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1	Теория делимости. понятие делимости и основные свойства. Деление с остатком.	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
2	Наибольший общий делитель чисел. Алгоритм Евклида. Наименьший общий делитель.	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
3	Простые числа. Разложение числа на простые множители (Основная теорема арифметики)	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
4	Важнейшие функции в теории чисел. Функции $[x]$ – целая часть и $\{x\}$ – дробная часть от x . Вычисление показателя простого числа в $n!$	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
5	Число и сумма делителей данного числа	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
6	Мультипликативные функции. Функции Мёбиуса. Функции Эйлера	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
7	Сравнения и их свойства. Классы чисел по данному модулю. Кольцо классов.	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
8	Система вычетов. Полная и приведенная система вычетов	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
9	Основные свойства функции Эйлера. Вычисление функции $\phi(m)$	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
10	Теоремы Эйлера и Ферма.	ОПК-1	2	Выступление	1

	Применение теоремы Эйлера и Ферма	ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6		Коллоквиум Дискуссия	1 1
11	Сравнения первой степени. Методы решения сравнения первой степени	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
12	Конечные цепные дроби. Подходящие дроби. Разложение в конечные дроби	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	2	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
13	Решение сравнений первой степени с помощью цепных дробей. Решение неопределенных уравнений.	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	1	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
14	Система сравнений первой степени (случай попарно простому модулю)	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	1	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
15	Сравнения n-й степени по простому модулю	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	1	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
16	Сравнения второй степени общего вида. Приведение сравнений второй степени к двучленным сравнениям	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	1	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
17	Степенные вычеты. Число, принадлежащее показателю. Первообразный корень	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	1	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
18	Индексы и их свойства. Таблицы индексов. Применение индексов к решению сравнений	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6	1	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
Всего:			30		54

ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Формируемые компетенции

– способность использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции

ОПК-1 – готовностью использовать фундаментальные знания в области аналитической геометрии в будущей профессиональной деятельности

ПК-1 – способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области

ПК-4 – способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

Выступление – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

1. систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;

2. углубления и расширения теоретических знаний;

3. формирования умений использовать справочную и специальную литературу;

4. развития познавательных способностей и активности студентов;

5. творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

6. формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

7. развития исследовательских умений.

1. Делимость целых чисел, свойства делимости. Частное и остаток. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида.

2. Свойства НОД и взаимно простых чисел. Наименьшее общее кратное и его свойства

3. Простые числа. Основная теорема арифметики. Свойства простых чисел

4. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена

5. Неравенства Чебышева. Каноническое разложение натурального числа

6. Целая и дробная части действительного числа

7. Число делителей и сумма делителей натурального числа

8. Сравнения. Свойства сравнений. Кольцо и поле классов вычетов. Полная система вычетов

9. Признак полной системы вычетов. Приведенная система вычетов. Признак приведенной системы вычетов

10. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения по степени простого числа. Сравнения первой степени с одним неизвестным

11. Представление действительных чисел непрерывными дробями. Подходящие дроби и их свойства

12. Теорема Лежандра о квадратичной иррациональности

13. Решение в целых числах уравнения $ax + by = c$. Сравнение по простому модулю. Число решений сравнения по простому модулю

14. Теорема Вильсона. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю

15. Показатель числа по модулю, свойства показателя. Число классов с заданным показателем

Требование к выступлению:

1. точность ответа на поставленный вопрос;

2. формулировка целей и задач работы;

3. раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);

4. четкость структуры работы;

5. самостоятельность, логичность изложения;

6. наличие выводов, сделанных самостоятельно.

Критерии оценки по выступлению:

Отметка «5». Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

Отметка «4». Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

Отметка «3». Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

Отметка «2» выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Формируемые компетенции

Коллоквиум – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Отношение делимости. Свойства делимости.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
4. Свойства НОД. Линейная форма НОД. НОД нескольких чисел.
5. Взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел.
6. Наименьшее общее кратное. Свойства НОК. Наименьшее общее кратное нескольких чисел.
7. Простые числа. Свойства простых чисел.
8. Решето Эратосфена. Бесконечность множества простых чисел.
9. Основная теорема арифметики.
10. Теоретико-числовые функции.
11. Непрерывные дроби.
12. Подходящие дроби. Свойства подходящих дробей.
13. Сравнения. Свойства сравнений.
14. Полная система вычетов.

Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

Формируемые компетенции

Дискуссия — обсуждение спорного вопроса, проблемы; разновидность спора, направленного на достижение истины и использующего только корректные приёмы ведения спора.

1. В чём заключается теория делимости?
2. Что обозначает общий наибольший делитель?
3. Что такое общее наименьшее кратное?
4. В чём заключается связь алгоритма Евклида с непрерывными дробями?
5. Что такое простые числа?
6. Какова сущность функции $[x]$ и $\{x\}$?
7. Что обозначает функция Мёбиуса?
8. Что обозначает функция Эйлера?
9. Какие основные понятия есть у сравнений?

10. В чём заключается полная система вычетов?
11. Теория делимости. Основные понятия и теоремы.
12. Общий наибольший делитель
13. Общее наименьшее кратное.
14. Связь алгоритма Евклида с непрерывными дробями.
15. Что такое простые числа?

Критерии оценки дискуссии:

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ (ЗАЧЕТ)

1. Верно ли, что $11! - 8!$ делится на 16560?
2. Доказать, что $N = 1 - 4 \cdot 121^2 + 121^4 - 4 \cdot 121^6 + 121^8 - 4 \cdot 121^{10} + 121^{12} - 4 \cdot 121^{14}$ делится на 17.
3. Найти остаток от деления
 - а) $(1 + 2 + \dots + 100)^{800}$ на 63;
 - б) 3^{5000} на 891.
4. На какую цифру оканчивается число $5^{80} + 7^{100}$ в 12-ричной системе счисления?
5. Найти все модули, для которых длина приведенной системы вычетов составляет $\frac{4}{5}$ длины полной системы.
6. Сколько правильных несократимых дробей со знаменателем 36!?
7. Решить сравнение $3650x \equiv 1450 \pmod{5350}$.
8. Решить уравнение в целых числах: $270x + 112y = -12$.
9. Решить систему сравнений:
$$\begin{cases} 600x \equiv 150 \pmod{375} \\ 810x \equiv 420 \pmod{210} \end{cases}$$
10. Найти все числа, которые при делении на 15 дают в остатке 7, а при делении на 7 дают в остатке 3.
11. Упростить: $89x^{453} + 113x^{967} - 108x^{345} + 71x^{73} - 1992x^{15} \equiv 0 \pmod{71}$.
12. Решить сравнение: $55x^{453} + 66x^{66} - 117x^{711} + 304x^{47} \equiv 83 \pmod{5}$.
13. Найти все решения сравнения:
 - а) $x^4 + 4x^3 + 5x - 58 \equiv 0 \pmod{375}$,
 - б) $x^3 - 17x^2 + 66x + 178 \equiv 0 \pmod{250}$.
14. Найти показатель каждого числа по модулю 20.
15. Найти показатель:
 - а) 27 по модулю 400,
 - б) 16 по модулю 99225.

16. Найти все первообразные корни модуля 17.

17. Составить таблицу индексов по модулю 17 с первообразным корнем, равным 10, и указать число всех возможных таблиц индексов по модулю 17.

18. Зная, что показатель 2 по модулю 43 равен 14, найти все классы с таким же показателем по этому модулю.

19. Определить длину периода десятичной дроби, получающейся при обращении обыкновенной дроби:

а) $\frac{46}{11725}$, б) $\frac{9}{603}$, в) $\frac{1}{35^5}$.

20. Вывести признаки делимости на 7, 11, 14, 37, 101 в десятичной системе счисления.

21. Какие признаки делимости в 6-ричной системе счисления можно получить?

22. Найти все индексы числа 5 по модулю 11.

23. Показать x по модулю m равен a , показатель y по модулю m равен b . Доказать, что показатель xy по модулю m делит ab .

24. С помощью таблицы индексов найти:

а) $39x \equiv 25 \pmod{83}$, б) $15^x \equiv 13 \pmod{43}$, в) $73x^{18} \equiv 17 \pmod{67}$.

25. С помощью таблицы индексов найти:

а) остаток от деления 17^{40} на 371, б) показатель 39 по модулю 5159.

26. Найти количество всех натуральных чисел m таких, что показатель 3 по модулю m равен 8. Вычислить $\left(\frac{634}{409}\right)$.

27. Выяснить, является ли 349 квадратичным вычетом по модулю 593 и указать число всех классов квадратичных вычетов по этому модулю.

Итоговая форма контроля по дисциплине зачет проводится в устной форме, путем решения задач.

Критерии оценки заданий

«отлично» - более 90 баллов;

«хорошо» - более 75 баллов;

«удовлетворительно» - менее 70 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент Исраилов С.

«8» августа 2023г.