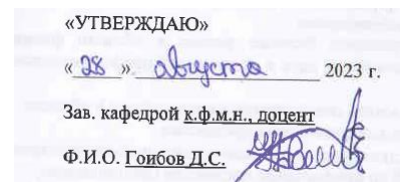


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

Естественнонаучный факультет

Кафедра математики и физики



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

Арифметика и элементарная алгебра

01.03.01– Математика

профиль «Общая математика»

Душанбе 2023 г.

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине Арифметика и элементарная алгебра

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для экзамена/зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1	1. Множества и операции над ними. Подмножества. Диаграммы Эйлера-Венна. Числовые множества. Множества натуральных (N) и (Z) и целых чисел. Признаки делимости	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия Письменные упражнения	1 3 1
2	2. Множества рациональных чисел. Дроби обыкновенные и десятичные, операции над ними	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
3	3. Степень с натуральным, целым и дробным показателем. Иррациональные числа (I). Множество действительных чисел (R).	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
4	4. Модуль числа, его геометрический смысл. Числовая прямая, числовые промежутки, прямоугольная система координат.	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
5	5. Алгебраические выражения, одночлен и многочлен. Формулы сокращенного умножения. Разложение многочлена на множители	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
6	6. Алгебраические дроби, операции над ними. Тождественные преобразования алгебраических выражений	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
7	7. Алгебраические дроби, операции над ними. Тождественные преобразования алгебраических выражений	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
8	8. Алгебраические дроби, операции над ними.	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум	1 3

	Тождественные преобразования алгебраических выражений			Дискуссия	1
9	9. Соответствие между множествами, отображение множеств. Понятие числовой функции. Область определения и множество значений функции	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
10	10. Соответствие между множествами, отображение множеств. Понятие числовой функции. Область определения и множество значений функции	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
11	11. Общие свойства функции, график функции. Обзор свойств степенных и дробно-рациональных функций.	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
12	12. Обратная функция. Геометрические преобразования графиков функций	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
13	13. Показательная и логарифмическая функции. Преобразования показательных и логарифмических выражений. Уравнение и неравенство, множество решений, геометрический смысл	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
14	14. Степенные и дробно-рациональные уравнения и неравенства. Метод интервалов. Иррациональные уравнения и неравенства	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
15	15. Нелинейные системы уравнений. Системы степенных и дробно-рациональных неравенств	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 3 1
16	16. Последовательности. Последовательности в истории математики. Арифметические и геометрические прогрессии	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 3 1

17	17. Формула n-члена прогрессии. Формула суммы n первых членов прогрессии. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии	ПК-1 ПК-3	5	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
Всего:			85		74

ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Формируемые компетенции

ПК-1 - Способен формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

ПК-3 - Способен разрабатывать и реализовывать использование современных способов математики в условиях ИКТ

Выступление – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов:
- творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

1. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. Нахождение НОД и НОК чисел через представление последних в каноническом виде.

2. Простые и составные числа. Решето Эратосфена. Установление вида данного натурального числа. Признаки делимости.

3. Рациональные и иррациональные числа. Перевод бесконечных периодических дробей в обыкновенные дроби и обратно. Способы доказательства иррациональности чисел.

4. Комбинаторные задачи в конечных множествах. Правила суммы и произведения. Число элементов в объединении двух множеств.

5. Комбинаторные задачи в конечных множествах. Принцип включений и исключений.

6. Упорядоченные выборки. Соединения: сочетания, размещения, перестановки с повторениями и без. Комбинаторные тождества.

7. Коэффициенты многочлена и бином Ньютона.

8. Полиномиальная теорема.

9. Комбинаторные задачи на вычисление вероятностей.

10. Тождественные преобразования иррациональных выражений, свойства арифметического корня. Степень с рациональным показателем.

11. Тождества. Простейшие примеры тождеств. Формулы сокращенного умножения.

Тождественные преобразования целых и дробно-рациональных выражений. Тождественные преобразования алгебраических выражений, содержащих абсолютную величину.

12. Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений. Понятие логарифма. Свойства логарифмов.

13. Доказательство тождеств. Многочлены. Схема Горнера. Теорема Безу.

14. Понятие о методе математической индукции. Применение ММИ к решению задач.

15. Исследование функций с помощью производной и построение графиков. Показательная и логарифмическая функции.

16. Линейная и квадратичная функции. Степенная функция. Дробно-рациональная функция.
 17. "Сложение" и "умножение" графиков. Построение графиков функций, аналитическое выражение которых содержит переменную под знаком модуля ($y = |f(x)|$, $|y| = |f(x)|$, $|y| = |f(x)|$, $y = f(|x|)$).
 18. Виды уравнений и способы их решения (целые уравнения, показательные уравнения).
 19. Виды уравнений и способы их решения (дробно-рациональные уравнения, логарифмические уравнения).
 20. Виды уравнений и способы их решения (уравнения высших степеней, уравнения, содержащие знак абсолютной величины).

Требование к выступлению:

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

Критерии оценки по выступлению:

Отметка «5». Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

Отметка «4». Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

Отметка «3». Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

Отметка «2» выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Формируемые компетенции

ПК-1 - Способен формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

ПК-3 - Способен разрабатывать и реализовывать использование современных способов математики в условиях ИКТ

Коллоквиум – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Вычислить:
$$\frac{(7 - 6,35) : 6,5 + 9,9}{\left(1,2 : 36 + 1,2 : 0,25 - 1 \frac{5}{16}\right) : \frac{169}{24}}$$
2. Вычислить:
$$\left[\left(\frac{7}{9} - \frac{47}{72}\right) : 1,25 + \frac{7}{40}\right] : (0,358 - 0,108) \cdot 1,6 - \frac{19}{25}$$
3. Вычислить:
$$\frac{\left[0,3275 - \left(2 \frac{15}{88} + \frac{4}{33}\right) : 12 \frac{2}{9}\right] : 0,07}{(13 - 0,416) : 6,05 + 1,92}$$

4. Вычислить: $\left(1\frac{2}{5} + 3,5 : 1\frac{1}{4}\right) : 2\frac{2}{5} + 3,4 : 2\frac{1}{8} - 0,35$.

5. Вычислить: $[(21,85 : 43,7 + 8,5 : 3,4) : 4,5] : 1\frac{2}{5} + 1\frac{11}{21}$.

6. Упростить выражение $\frac{x^2 - 3,1x + 2,2}{x - 1,1} + \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$ и вычислить его значение при $x = 2$.

7. Упростить выражение $\frac{x^2 - x - 2}{x + 1} + \frac{x^3 + 3x^2}{x + 3}$ и вычислить его значение при $x = -2$.

8. Упростить выражение $\frac{x^2 - 4,5x + 4,5}{x - 3} + \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$ и вычислить его значение при $x = 2$.

9. Упростить выражение $\frac{x^2 - x - 2}{x - 2} + \frac{x^3 + 5x^2}{x + 5}$ и вычислить его значение при $x = -2$.

10. Упростить выражение $\frac{x^2 + x - 6}{x + 3} + \frac{x^3 + 1,5x^2}{x + 1,5}$ и вычислить его значение при $x = 1$.

11. Вычислить $0,1x^2 - 1$, если $x = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$.

12. Вычислить $3x^2 - 10$, если $x = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$.

13. Вычислить $0,5x^2 + 1$, если $x = \sqrt{12 - 3\sqrt{15}} + \sqrt{12 + 3\sqrt{15}}$.

14. Вычислить $0,2x^2 - 4$, если $x = \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} - \sqrt{11 - 2\sqrt{30}}$.

15. Вычислить $2x^2 + 13$, если $x = \sqrt{9 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{9 - 6\sqrt{2}}$.

16. Решить уравнение $\frac{1}{x - 1} = \frac{x - 3}{1 - x}$.

17. Решить уравнение $\frac{1}{x - 3} = \frac{x - 5}{3 - x}$.

18. Решить уравнение $\frac{2}{x - 3} = \frac{x - 4}{3 - x}$.

Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

Формируемые компетенции

ПК-1 - Способен формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

ПК-3 - Способен разрабатывать и реализовывать использование современных способов математики в условиях ИКТ

Дискуссия — обсуждение спорного вопроса, проблемы; разновидность спора, направленного на достижение истины и использующего только корректные приёмы ведения спора.

1. Виды уравнений и способы их решения (иррациональные уравнения).
2. Уравнения и неравенства с параметрами
3. Виды неравенств и способы их решения (целые неравенства, показательные неравенства).
4. Виды неравенств и способы их решения (дробно-рациональные неравенства, логарифмические неравенства).
5. Виды неравенств и способы их решения (неравенства, содержащие 4, неравенства, содержащие знак абсолютной \geq многочлен степени n величины).
6. Виды неравенств и способы их решения (иррациональные неравенства).
7. Равносильные преобразования при решении уравнений и неравенств.
8. Системы и совокупности уравнений с одной и несколькими переменными. Равносильные системы. Системы-следствия.
9. Методы решения систем неравенств. Неравенства с двумя переменными.
10. Функциональные, алгеброаналитические методы решения уравнений, неравенств, систем.
11. Графический метод решения уравнений, неравенств, систем.
12. Доказательство неравенств. Сравнение значений выражений. Опорные неравенства. Свойства числовых неравенств.
13. Решение задач на составление уравнений, неравенств и их конструкций. Текстовые задачи на исследование решений.
14. Доказательство тригонометрических неравенств. Тожественные преобразования тригонометрических выражений.
15. Функциональные методы решения тригонометрических и комбинированных уравнений.

Критерии оценки дискуссии:

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ АРИФМЕТИКА И ЭЛЕМЕНТАРНАЯ АЛГЕБРА (ЗАЧЕТ)

ПК-1 - Способен формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

ПК-3 - Способен разрабатывать и реализовывать использование современных способов математики в условиях ИКТ

1. Определить порядок дифференциального уравнения
 $\log_a |u_{xx} u_{yy}| - \log_a |u_{xx}| - \log_a |u_{yy}| + u_x + u_y = 0$.
2. Определить порядок дифференциального уравнения
 $u_x u_{xy}^2 + (u_{xx}^2 - 2u_{xy}^2 + u_y)^2 = 0$.
3. Привести к каноническому виду уравнение
 $u_{xx} + 2u_{xy} + 5u_{yy} - 32u = 0$.
4. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 9u_x + 9u_y - 9u = 0.$$

5. Привести следующее уравнение к каноническому виду:

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 2u_{xz} + 4u_{yy} + u_{zz} + 3u_x = 0.$$

6. Привести следующее уравнение к каноническому виду:

$$3u_{xy} - 2u_{xz} - 5u_{yz} - u = 0.$$

7. При каких значениях параметра k функция $x_1^3 + kx_1x_2^2$ является гармонической.

8. При каких значениях параметра k функция $e^{2x_1} \cdot chkx_2$ является гармонической.

9. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи

$$X'' + \lambda^2 X = 0, \quad x \in [0; l], \quad X(0) = 0, \quad X(l) = 0.$$

10. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи

$$X'' + \lambda^2 X = 0, \quad x \in [0; 1], \quad X(0) = 0, \quad X'(1) = 0$$

11. Найти общее решение уравнения $u_{xy} + \frac{2}{y}u_x = 0$.

12. Найти общее решение уравнения $u_{xy} - 3u_x = 0$.

13. Найти решение уравнения $u_{xx} + 2u_{xt} - 3u_{tt} = 0$, $x \in (-\infty; +\infty)$, $t > 0$, удовлетворяющее условиям $u(x, 0) = 3x^2$, $u_t(x, 0) = 0$.

14. Решить следующую задачу Коши:

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x \in (-\infty; +\infty), \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = \sin x, \quad u_t(x, 0) = 0.$$

15. Решить следующую задачу Коши:

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad x \in (-\infty; +\infty), \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = A \sin x.$$

16. Решить задачу Коши для неоднородного уравнения колебания струны:

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + xt, \quad x \in (-\infty; +\infty), \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad x \in (-\infty, \infty).$$

17. Решить уравнения колебания струны $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ при $a = 1$, $x \in (-\infty, +\infty)$, $u(x, t)|_{t=0} = x^3$, $u_t(x, t)|_{t=0} = \frac{1}{\cos^2 x}$ и найти $u(2, 2)$.

18. Решить уравнения колебания струны $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ при $x \in [0; l]$, $u(x, t)|_{t=0} = \frac{1}{3} \sin \frac{6\pi x}{l}$,

$u_t(x, t)|_{t=0} = 0$, $u(x, t)|_{x=0} = 0$, $u(x, t)|_{x=l} = 0$, $l = 2$, и найти $u\left(\frac{1}{6}, t\right)$.

19. Решить следующую краевую задачу для уравнения колебания струны:

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad x \in (0; l), \quad t > 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad u(x, l) = 0, \quad u_x(l, t) = A = const,$$

Указание. Использовать подстановку $u(x, t) = Ax + v(x, t)$.

20. Для уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x, t)$ в полуполосе $0 < x < l, t > 0$ решить смешанную задачу с условиями:

$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = u_x(0, t) = 0, \quad f(x, t) = e^{-t} \sin \frac{\pi}{l} x.$$

21. Для уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x, t)$ в полуполосе $0 < x < l, t > 0$ решить смешанную задачу с условиями:

$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = u_x(0, t) = 0, \quad f(x, t) = A \sin t.$$

22. Для уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x, t)$ в полуполосе $0 < x < l, t > 0$ решить смешанную задачу с условиями:

$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0, \quad u_x(0, t) = u(l, t) = 0, \quad f(x, t) = Ae^{-t} \cos \frac{\pi}{2l} x.$$

23. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad x \in (-\infty, +\infty), \quad u(x, t) \Big|_{t=0} = \begin{cases} 2, & x \in (0; 0,5) \\ 0, & x \notin (0; 0,5) \end{cases} \quad \text{и найти значения решение при } a = \sqrt{2}, \quad x = 0, \\ t = \frac{1}{8}.$$

24. В полуполосе $0 < x < l, t > 0$ для уравнения $u_t = a^2 u_{xx}$ решить смешанную задачу с условиями $u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad u(x, 0) = Ax$.

Итоговая форма контроля по дисциплине зачет проводится в устной форме, путем решения задач.

Критерии оценки заданий

«отлично» - более 90 баллов;

«хорошо» - более 75 баллов;

«удовлетворительно» - менее 70 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент Исраилов С.

«8» августа 2023г.