

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

---

**Естественнонаучный факультет**

**Кафедра математики и физики**

«УТВЕРЖДАЮ»  
« 28 » августа 2023 г.  
Зав. кафедрой к.ф.м.н., доцент  
Ф.И.О. Гойбов Д.С.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по учебной дисциплине

---

**Комплексный анализ (теория функции комплексного переменного)**

---

**01.03.01– Математика**

---

**профиль «Общая математика»**

---

Душанбе 2023 г.

**ПАСПОРТ  
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине Комплексный анализ

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для экзамена/зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1	Комплексные числа и действия над ними	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия Письменные упражнения	1 1 1
2	Дифференцируемость	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
3	Интеграл от функции комплексного переменного	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
4	Принцип максимума модуля	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
5	Вычеты. Ряды Лорана	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
6	Преобразование Лапласа и его основные свойства	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
7	Основная теорема теории конформных отображений	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
8	Асимптотические разложения	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
9	Гармонические функции двух переменных	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
10	Геометрическое представление комплексных чисел на плоскости и операции над ними	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
11	Понятие о модуле и аргументе	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
12	Функции комплексного переменного. Однолистные функции	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1

13	Теорема о непрерывности суммы ряда. Понятие области сходимости степенного ряда	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
14	Ряды аналитических функций. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
15	Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
16	Теория вычетов. Вычет функции относительно изолированной особой точки	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
17	Построение Римановой поверхности. Особые точки на границе круга сходимости степенного ряда	ПК-4 ПК-5 ПК-6	10	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
Всего:			170		

## ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

### Формируемые компетенции

**ПК-4** – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** – Способен организовать исследования в области математики

**ПК-6** – Способен выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью

**Выступление** – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
  - углубления и расширения теоретических знаний;
  - формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
  - развития познавательных способностей и активности студентов;
  - творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
  - формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
  - развития исследовательских умений.
1. Дать определение комплексных чисел и операций с ними
  2. Что такое модуль и аргумент комплексного числа

3. Как извлечь корень из комплексного числа
4. Дать определение области и окрестности точки на комплексной плоскости
5. Чем различаются замкнутые множества от открытых
6. Дать определение граничной точки области
7. Какие области называются ограниченными, связными
8. Что такое порядок связности области
9. Дать определение функции комплексного переменного
10. Какие функции называются однолиственными
11. Что такое точка ветвления многозначной функции
12. Дать определение степенной функции
13. Дать определение предела функции комплексно переменного
14. Какие функции комплексного переменного называются непрерывными и какие дифференцируемыми
15. Дать определение производной функции комплексного переменного
16. Сформулировать необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции комплексного переменного
17. Какие функции называются аналитическими

#### **Требование к выступлению:**

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

#### **Критерии оценки по выступлению:**

**Отметка «5».** Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

**Отметка «4».** Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

**Отметка «3».** Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

**Отметка «2»** выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

### **ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА**

#### **Формируемые компетенции**

**ПК-4** – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** – Способен организовать исследования в области математики

**ПК-6** – Способен выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью

**Коллоквиум** – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Записать в показательной и тригонометрической формах следующие комплексные числа :  $1 - 3i$  ;  $2 + 2i$  ;  $-10$  ;  $7i$  .

2. Выделить действительную и мнимую части функций :

а)  $w = 2z^2 + \operatorname{Re} z$  ; б)  $w = \sin z$  .

3. Исследовать на аналитичность функцию :

а)  $w = z^2 + 2z$ .

4. Найти угол поворота и коэффициент искажения масштаба в точке  $z = 1 + i$  при отображении  $w = z^3$ .

5. Найдите множество точек, удовлетворяющих неравенству

а)  $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 1$  ; б)  $\arg z = \frac{\pi}{4}$  .

6. Показать, что данные функции  $u(x, y)$  и  $v(x, y)$  гармонические. Найти по заданной функции  $u(x, y)$  или  $v(x, y)$  ей сопряженную:  $u(x, y) = \cos x \operatorname{ch} y$ ,  $v(0, 0) = 0$ .

7. Исследуйте на моногенность и голоморфность  $f(z) = (Re z)^2$ .

8. Найти аналитическую функцию  $f(z)$ , если задана ее мнимая часть  $\operatorname{Im} f(z) = 10xy - 6y$ ,  $f(1/5) = -1$ .

9. Доказать, что  $f(z) = \sin(z/3)$  – аналитическая функция и найти производную в точке  $z_0 = \pi i/6$ .

10. Разложить функцию  $f(z)$  по степеням  $(z-z_0)$  в ряд Тейлора или Лорана во всех областях на плоскости, где такое разложение возможно.

$$f(z) = \frac{z^2 + 3}{z^2 + 2z}, \quad z_0 = 1.$$

11. Найти аналитическую функцию  $f(z)$ , если ее мнимая часть равна  $2xy + 3x$ .

12. Определить тип изолированной особой точки  $z = 0$  для функции

а)  $w = z \sin \frac{2}{z^3}$  , б)  $w = (e^z - 1)/z^3$  .

13. Найти вычеты функции в ее изолированных особых точках:

а)  $f(z) = z \sin \frac{1}{z}$  ; б)  $f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z^2}}$  .

14. Вычислить интеграл  $\oint_{|z-1|=1} \frac{dz}{z^4 + 1}$  .

15. Разложить данную функцию в ряд Лорана в заданном кольце комплексной плоскости. Указать область сходимости полученного ряда:

$$f(z) = \frac{1}{z + 12}, \quad 5 < |z + 5i| < 8$$

16. Найти вычеты функции относительно её полюсов:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 4}.$$

17. Вычислить интеграл по замкнутому контуру с помощью вычетов:

#### Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

#### ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

#### Формируемые компетенции

**ПК-4** – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** – Способен организовать исследования в области математики

**ПК-6** – Способен выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью

**Дискуссия** — обсуждение спорного вопроса, проблемы; разновидность спора, направленного на достижение истины и использующего только корректные приёмы ведения спора.

1. В каких областях сходятся степенные ряды
2. Что такое радиус сходимости степенного ряда
3. Что такое ряд Лорана
4. В каких областях сходятся ряды Лорана
5. Как вычисляются коэффициенты ряда Лорана
6. Какими бывают изолированные особые точки
7. Как связаны между собой нули функции и полюса
8. Что такое порядок полюса
9. Сформулировать необходимые и достаточные условия того, что особая точка является устранимой, полюсом или существенно особой точкой
10. Как определяется непосредственное аналитическое продолжение функции
11. Что такое принцип непрерывного продолжения
12. Дать определение вычета
13. Сформулировать теорему о вычетах
14. Что такое логарифмический вычет
15. Сформулировать принцип аргумента
16. Дать определение окрестности бесконечно удаленной точки
17. Что такое вычет в бесконечно удаленной точке

#### **Критерии оценки дискуссии:**

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

#### **ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ (ЭКЗАМЕН)**

**ПК-4** – Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** – Способен организовать исследования в области математики

**ПК-6** – Способен выявлять у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью

1. Выполнить действие:  $\frac{1}{i}$
2. Выполнить действие:  $\frac{2}{1-3i}$
3. Выполнить действие:  $\frac{1-i}{1+i}$
4. Выполнить действие:  $(1+i\sqrt{3})^3$
5. Дана функция  $f(z) = x^2 + y^2 \cdot i$ , где  $z = x + iy$ . Найти  $f(1+2i)$

6. Дана функция  $f(z) = x^2 + y^2 \cdot i$ , где  $z = x + iy$ . Найти  $f(2 - 3i)$

7. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = -1 - i$

8. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа  $z = 4 + 3i$

9. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа  $z = -\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$

10. Дана функция  $w = z^2 + z$ . Найти значения функции при  $z = 2 - i$ .

11. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = -2 + 5i$

12. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = \sqrt{3} + i$

13. Выполнить действие  $z_1 \cdot z_2$ , где  $z_1 = 3 + 2i$ ;  $z_2 = 3 - 2i$

14. Выполнить действие  $z_1 \cdot z_2$ , где  $z_1 = 2 - 3i$ ;  $z_2 = 1 + 5i$

15. Выполнить действие  $\frac{1 + 3i}{1 + i}$

16. Выполнить действие  $\frac{(1 + i)^5}{1 - i}$

17. Выполнить действие  $(3 - 2i)^2 + (1 - i)(1 - 3i)$

18. Выполнить действие  $\frac{(1 - i\sqrt{3})^2}{\sqrt{3} - i}$

19. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = -2 - 5i$

20. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = -1 - i\sqrt{3}$

21. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = -2 + 2\sqrt{3}i$

22. Решить уравнение  $z^2 + 4z + 13 = 0$

23. Решить систему уравнений  $\left. \begin{array}{l} (1 + i)z_1 + (1 - i)z_2 = 1 + i \\ (1 - i)z_1 + (1 + i)z_2 = 1 + 3i \end{array} \right\}$

24. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = \cos \alpha - i \sin \alpha$

25. Решить уравнение  $(1 + i)z^2 + (2 - 4i)z - 4 = 0$

26. Решить уравнение  $z^2 - (1 + i)z + 6 + 3i = 0$

27. Решить уравнение  $z^2 + 4z + 13 = 0$

28. Решить уравнение  $z^2 + 2z + 5 = 0$

29. Решить уравнение  $z^2 + 81 = 0$

30. Решить уравнение  $z^2 + 4z + 20 = 0$

31. Найти производную функции  $f(z) = (x + iy)^2 = z^2$ , при помощи формулы

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}$$

32. Найти производную функции  $f(z) = e^x(\cos y + i \sin y)$ , при помощи формулы

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}$$

33. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной действительной части  $u(x, y)$  и значению  $f(z_0): u = \frac{x}{x^2 + y^2}, f(\pi) = \frac{1}{\pi}$ .

34. Найти аналитическую функцию  $w = f(z)$  по известной ее действительной части  $u(x, y) = 2e^x \cos y$

35. Дана действительная часть  $u(x, y) = x^2 - y^2 - x$  дифференцируемой функции  $f(z)$ , где  $z = x + iy$ . Найти функцию  $f(z)$

36. Отобразить первый квадрант на верхнюю полуплоскость, так чтобы точка  $z = 1 + i$  перешла в  $w = i$ , а  $z = 1$  в  $w = 0$

37. С помощью функции  $w = \frac{az + b}{cz + d}$  верхний полукруг  $|z| < 1, \text{Im } z > 0$  конформно отобразить на первый квадрант  $\text{Re } w > 0, \text{Im } w > 0$  так, чтобы точки  $1, -1, 0$  перешли в точки  $\infty, 0, 1$ .

38. Область, лежащую вне окружности  $x^2 + y^2 + 2x = 0$ , конформно отобразить на круг  $|w| < 1$  так, чтобы точки  $z = 0, -1 + i, -2$  перешли в  $w = 1, -i, -1$

39. Найти дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $z = -1, 1, \infty$  в точки  $w = 0, 1, -1$  при помощи  $w = \frac{az + b}{cz + d}$

40. С помощью функции  $w = \frac{az + b}{cz + d}$  отобразить конформно плоскость  $z$  на плоскость  $w$  так, чтобы точки  $-1, i, 1$  перешли в точки  $-1, 0, 1$

41. Выразить, во что отображается область полукруга  $|z| < 1, \text{Im } z > 0$ , при отображающей функции  $w = \frac{2z - i}{2 + iz}$

42. Вычислить  $\int_C z^2 dz$ , где  $C$  – прямая с вершинами в точках  $O(0; 0)$  и  $A(1; 1)$

43. Вычислить  $\int_C z^2 dz$ , где  $C$  – прямая с вершинами в точках  $A(1; 1)$  и  $B(2; 1)$

44. Вычислить  $\int_C \text{Re } z dz$ , где  $C$  – ломанная с вершинами в точках  $O(0; 0), A(1; 1), B(2; 1)$

45. Вычислить  $\int_C \bar{z} dz$ , где  $C$  – замкнутый контур:  $x = \cos t, y = \sin t$ .

46. Вычислить  $\int_C \frac{dz}{z - (1+i)}$ , где  $C$  – окружность  $|z - (1+i)| = 1$

47. Вычислить  $\int_C \frac{2z - 1 - i}{(z-1)(z-i)} dz$ , где  $C$  – окружность  $|z| = 2$

48. Вычислить интеграл  $\int_C f(z) dz$ , если  $f(z) = y + xi$ ,  $C$  – ломанная линия  $OAB$  с вершинами в точках  $z_0 = 0$ ,  $z_A = i$ ,  $z_B = 1 + i$

49. Вычислить интеграл  $\int_{AB} z^2 dz$ , если  $AB$  – прямолинейный отрезок, соединяющий точки  $z_A = 1$ ,  $z_B = i$

50. Вычислить интеграл  $\int_C z^{10} dz$ , где  $C$  – эллипс  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Итоговая форма контроля по дисциплине экзамен проводится в устной форме, путем решения задач.

#### Критерии оценки тестовых заданий

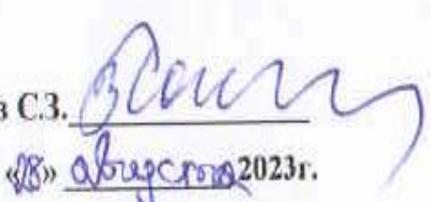
«отлично» - более 90 баллов;

«хорошо» - более 75 баллов;

«удовлетворительно» - менее 70 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: д.ф.-м.н., профессор Курбаншоев С.З.

  
«28» августа 2023г.