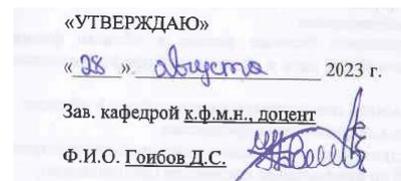


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

---

**Естественнонаучный факультет**

**Кафедра математики и физики**



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по учебной дисциплине

**Математический анализ**

---

**01.03.01– Математика**

---

**профиль «Общая математика»**

---

Душанбе 2023 г.

**ПАСПОРТ**

**ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине Математический анализ

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для экзамена	Другие оценочные средства	
				Вид	Ко-во
1	Функциональные определители	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 1
2	Неявные функции. Отображения	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 1
3	Понятия зависимости функций.	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 1
4	Числовые ряды. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 1
5	Степенные ряды: леммы Абеля, интервал и радиус сходимости, Формула Коши-Адамара	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
6	Интегралы зависящие от параметра. Эйлеровые интегралы Гамма-функция Бета-функция	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
7	Криволинейные интегралы второго рода, их свойства	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
8	Случай замкнутого круга. ориентация плоскости.	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
9	Условия независимости криволинейного интеграла от пути: постановка задачи	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
10	Кратные интегралы: понятие объема в n-мерном пространстве (мера Жордана)	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
11	Элементы теория поверхностей	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
12	Поверхностные интегралы второго рода: определение; основные свойства	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
13	Формула Стокса. Скалярные и векторные поля.	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1
14	Циркуляция вектора. Формула Стокса	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 1 1

## ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

### Формируемые компетенции

**ПК-1** – Способен формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

**ПК-3**- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

**Выступление** – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
  - углубления и расширения теоретических знаний;
  - формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
  - развития познавательных способностей и активности студентов:
  - творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
  - формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
  - развития исследовательских умений.
1. Умножение функциональных матриц (матрица якоби).
  2. Неявные функции от нескольких переменных. Теорема существования и дифференцируемость; вычисление производных от неявной функций.
  3. Отображения: векторные отображения, линейные отображения. Понятия зависимости функций.
  4. Необходимые условия зависимости функций.
  5. Числовые ряды: определение; сходимость; свойства сходящихся рядов.
  6. Ряды с неотрицательными членами: признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами.
  7. Знакопеременные ряды. Абсолютно сходящиеся ряды.
  8. Условно сходящийся ряды. Теорема Римана. Преобразование Абеля. Признаки сходимости рядов Абеля и Дирихле.
  9. Функциональные последовательности и ряды: Поточечная и равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов. Признак Вейерштрасса.
  10. Степенные ряды: леммы Абеля, интервал и радиус сходимости.
  11. Свойства суммы степенного ряда: непрерывность, дифференцируемость, существование первообразной.
  12. Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям. Интегралы зависящие от параметра: определение, непрерывность и интегрируемость по параметру.
  13. Признаки равномерной сходимости интегралов зависящие от параметра: признак Вейерштрасса.
  14. Свойства несобственных интегралов зависящих от параметра. Применении теории несобственных интегралов зависящих от параметров к вычислению определенных интегралов
  15. Функции с ограниченным изменением: определение. Интеграл Стильбеса: определение, условия существования. Свойства интеграла Стильбеса. Вычисление интегралов Стильбеса.
  16. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства.
  17. Случай замкнутого круга. ориентация плоскости.
  18. Условия независимости криволинейного интеграла от пути: постановка задачи.

19. Кратные интегралы: понятие объема в n-мерном пространстве (мера Жордана).
20. Сведение кратного интеграла к повторному.
21. Замена переменной в кратном интеграле: замена переменных в двукратном интеграле.
22. Формула Грина.
23. Элементы теории поверхностей: понятия поверхности; эквивалентные отображения.
24. Площадь поверхности. Ориентация гладкой поверхности. Поверхностные интегралы: поверхностные интегралы первого рода.
25. Формула Стокса.
26. Скалярные и векторные поля. Градиент; поток вектора через поверхность.
27. Циркуляция вектора.
28. Ряд Фурье по тригонометрической системе.

#### **Требование к выступлению:**

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

#### **Критерии оценки по выступлению:**

**Отметка «5».** Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

**Отметка «4».** Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

**Отметка «3».** Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

**Отметка «2»** выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

### **ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА**

#### **Формируемые компетенции**

**ПК-1** – Способен формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

**ПК-3**- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

**Коллоквиум** – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Вычислить интеграл:  $\iint_G (x^2 + y^2) dG$ ,  $G = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 3, 2 \leq y \leq 4\}$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:  
 $x = \sqrt{36 - y^2}$ ,  $x = 6 - \sqrt{36 - y^2}$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:  
 $x = \sqrt{36 - y^2}$ ,  $x = 6 - \sqrt{36 - y^2}$

4. Найти объем тела заданного ограничивающими его поверхностями.  $y = 16\sqrt{2x}$ ;  $y = \sqrt{2x}$ ;  $z = 0$ ;  $x + z = 2$
5. Вычислить интеграл по данной кривой  $\gamma$  от точки  $A$  до точки  $B$   

$$\int_{\gamma} (x^2 - y)dx + (y + x)dy \quad \gamma: y^2 = 2x; \quad A(0, 0); \quad B(2, 2)$$
6. Вычислить интеграл по данной кривой  $\gamma$  от точки  $A$  до точки  $B$   

$$\int_{\gamma} (2x + 3y)dx + (y + x^2)dy \quad \gamma: 2x^2 = 1; \quad A(0, -1); \quad B(1, 1)$$
7. Найти работу силы  $\vec{F}$  при перемещении вдоль линий  $L$  от точки  $M$  к точке  $N$   

$$\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 + 2x)\vec{j} \quad L: \text{отрезок } MN: M(-4; 0), N(0, 2)$$
8. Найти работу силы  $\vec{F}$  при перемещении вдоль линий  $L$  от точки  $M$  к точке  $N$   

$$\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 + 2x)\vec{j} \quad L: 2 - \frac{x^2}{8} = y; \quad MN: M(-4; 0), N(0, 2)$$
9. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a}$  вдоль кривой  $\Gamma$  (в направлении, соответствующим возрастанию параметра  $t$ )  $\vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}$ ,  

$$\Gamma: x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos t, \quad y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos t, \quad z = \sin t$$
10. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{a}$  вдоль кривой  $\Gamma$  (в направлении, соответствующим возрастанию параметра  $t$ )  $\vec{a} = -x^2 y^2 \vec{i} + \vec{j} + z \vec{k}$ ,  

$$\Gamma: x = \sqrt[3]{4} \cos t, \quad y = \sqrt[3]{4} \sin t, \quad z = 3$$
11. Найти поверхностный интеграл первого рода  

$$\iint_S z(x + y)dS, \quad S - \text{верхняя половина сферы } x^2 + y^2 + z^2 = 4$$
12. Найти поверхностный интеграл первого рода  

$$\iint_S \sqrt{1 + x^2 + y^2} dS, \quad S - \text{часть поверхности } z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2}, \text{ отсеченная}$$
  
 поверхностью  $z = 0$
13. Доказать сходимость ряда и найти его сумму  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$
14. Доказать сходимость ряда и найти его сумму  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}$
15. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}$
16. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$
17. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 6y' + 9y = 0$ .
18. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 8y' + 16y = 0$ .

**Критерии оценки коллоквиума:**

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

## **ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ**

### **Формируемые компетенции**

**ПК-1** – Способен формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

**ПК-3**- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

**Дискуссия** — обсуждение спорного вопроса, проблемы; разновидность спора, направленного на достижение истины и использующего только корректные приёмы ведения спора.

1. Определение предела функции в точке. Основные теоремы о пределах (одну из них доказать).
2. Бесконечно малые величины (определение). Свойства бесконечно малых (одно из них доказать). Бесконечно большие величины, их связь с бесконечно малыми. Второй замечательный предел, число  $e$ . Понятие о натуральных логарифмах.
3. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва. Примеры.
4. Производная и ее геометрический смысл. Уравнение касательной к плоской кривой в заданной точке.
5. Дифференцируемость функций одной переменной. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции (доказать теорему).
6. Основные правила дифференцирования функций одной переменной (одно из этих правил доказать).
7. Формулы производных основных элементарных функций (одну из формул вывести). Производная сложной функции.
8. Теоремы Ролля и Лагранжа (без доказательства). Геометрическая интерпретация этих теорем.
9. Достаточные признаки монотонности функции (один из них доказать).
10. Определение экстремума функции одной переменной. Необходимый признак экстремума (доказать).
11. Достаточные признаки существования экстремума (доказать одну из теорем).
12. Понятие асимптоты графика функции. Горизонтальные, наклонные и вертикальные асимптоты. Примеры. Общая схема исследования функций и построения их графиков. Пример.
13. Функции нескольких переменных. Примеры. Частные производные (определение). Экстремум функции нескольких переменных и его необходимые условия.
14. Понятие об эмпирических формулах и методе наименьших квадратов. Подбор параметров линейной функции (вывод системы нормальных уравнений).

### **Критерии оценки дискуссии:**

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

### **ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (ЭКЗАМЕН)**

**ПК-1** – Способен формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

**ПК-3**- способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

1. Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные множества. Верхние и нижние грани множества.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
3. Свойства бесконечно малых последовательностей.
4. Теорема связи между бесконечно большими и бесконечно малыми последовательностями.
5. Предел числовой последовательности Теорема о единственности предела. Критерии Коши.
6. Сходящиеся числовые последовательности.
7. Теорема об ограниченности сходящейся числовой последовательности. Свойства сходящихся числовых последовательностей.
8. Теорема о предельном переходе в неравенствах. Теоремы о промежуточной последовательности.
9. Монотонные последовательности. Теорема о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
10. Теорема о вложенных отрезках.
11. Число Эйлера ( $e$ ).
12. Понятие функции, способы ее задания. Классификация функций.
13. Два определения предела функции в точке. Теорема об эквивалентности определений пределов функции в точке.
14. Теорема о пределе суммы, произведения, и частной функции. Предел функции на бесконечности. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел.
15. Односторонние пределы. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах.
16. Теоремы о 2-м замечательном пределе.
17. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых функций, эквивалентные бесконечно малые. Связь между бесконечно большими и бесконечно малыми
18. Непрерывность функции в точке. Примеры. Свойства непрерывных в точке функций. Теорема о непрерывности сложной функции.
19. Теорема о непрерывности обратной функции. Критерий непрерывности функции в точке.
20. Односторонняя непрерывность.
21. Бесконечные пределы функции. Понятие непрерывности функции. Дифференциальное счисление. Производная функции.
22. Теоремы о дифференцируемых функциях.
23. Приложение производной к исследованию функций. Асимптоты графика функции.
24. Правило Лопиталья. Дифференциал функции.

25. Определение предела функции в точке. Основные теоремы о пределах (одну из них доказать).
26. Бесконечно малые величины (определение). Свойства бесконечно малых (одно из них доказать). Бесконечно большие величины, их связь с бесконечно малыми. Второй замечательный предел, число  $e$ . Понятие о натуральных логарифмах.
27. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Точки разрыва. Примеры.
28. Производная и ее геометрический смысл. Уравнение касательной к плоской кривой в заданной точке.
29. Дифференцируемость функций одной переменной. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции (доказать теорему).
30. Основные правила дифференцирования функций одной переменной (одно из этих правил доказать).
31. Формулы производных основных элементарных функций (одну из формул вывести). Производная сложной функции.
32. Теоремы Ролля и Лагранжа (без доказательства). Геометрическая интерпретация этих теорем.
33. Достаточные признаки монотонности функции (один из них доказать).
34. Определение экстремума функции одной переменной. Необходимый признак экстремума (доказать).
35. Достаточные признаки существования экстремума (доказать одну из теорем).
36. Понятие асимптоты графика функции. Горизонтальные, наклонные и вертикальные асимптоты. Примеры. Общая схема исследования функций и построения их графиков. Пример.
37. Функции нескольких переменных. Примеры. Частные производные (определение). Экстремум функции нескольких переменных и его необходимые условия.
38. Понятие об эмпирических формулах и методе наименьших квадратов. Подбор параметров линейной функции (вывод системы нормальных уравнений).
39. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала 1-го порядка. Понятие о дифференциальных уравнениях. Общее и частное решения.
40. Понятие первообразной функции. Неопределенный интеграл и его свойства (одно из свойств доказать).
41. Метод замены переменной в неопределенном интеграле и особенности применения этого метода при вычислении определенного интеграла.
42. Метод интегрирования по частям для случаев неопределенного и определенного интегралов (вывести формулу). Примеры.

#### **Критерии оценки тестовых заданий**

«отлично» - более 90 баллов;

«хорошо» - более 75 баллов;

«удовлетворительно» - менее 70 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: д.ф.-м.н., профессор Курбанов И.К.

«*И.К.*» август 2023г.