

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ  
ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»  
ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ**



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Избранные главы функционального анализа»**  
Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»  
Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»  
Форма подготовки - очная  
Уровень подготовки - магистратура

**Душанбе - 2024**

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ № 12 от 10.01.2018 г.

При разработке рабочей программы учитываются

- требования работодателей;
- содержание программ дисциплин, изучаемых на предыдущих и последующих этапах обучения;
- новейшие достижения в данной предметной области.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математики и физики, протокол № 1 от «28» августа 2024 г.

Рабочая программа утверждена УМС естественнонаучного факультета, протокол № 1 от «29» августа 2024 г.

Рабочая программа утверждена Ученым советом естественнонаучного факультета, протокол № 1 от «30» августа 2024 г.

Заведующий кафедрой к.ф.-м.н., доцент



Гулбоев Б. Дж.

Зам. председателя УМС факультета



Халимов И. И.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент



Каримов О.Х

Разработчик от организации:



Каримов О.Х

## Расписание занятий дисциплины

Ф.И.О. преподавателя	Аудиторные занятия		Приём СРС	Место работы преподавателя
	лекция	Практические занятия (КСР, лаб.)		

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Цели изучения дисциплины

Целями освоение дисциплины «Избранные главы функционального анализа» являются: формирование математической культуры магистрантов, развитие системного математического мышления. Дисциплина является обобщением на бесконечно-мерный случай идей алгебры, математического анализа и геометрии. Идеи, методы, терминология, обозначения и стиль функционального анализа пронизывают почти все области математики, объединяя ее в единое целое.

### 1.2. Задачи изучения дисциплины

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

1. формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании магистра;
2. ознакомление системы понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;
3. формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

### 1.3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Избранные главы функционального анализа» направлен на формирование следующих универсальных и профессиональных компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности:

Табл. 1

код	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Вид оценочного средства
УК-1	Способен осуществлять критический анализ	ИУК 1.1. Выявляет проблемную ситуацию, на основе системного подхода осуществляет её многофакторный анализ и диагностику.	Устный опрос, решение задач
		ИУК 1.2. Осуществляет поиск, отбор и	Тесты открытого

	проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	систематизацию информации для определения альтернативных вариантов стратегических решений в проблемной ситуации.	типа
		ИУК 1.3. Предлагает и обосновывает стратегию действий с учетом ограничений, рисков и возможных последствий	Тесты закрытого типа
ПК-3	Способность к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач	ИПК-3.1. Применяет методологические приемы для представления научных знаний.	Устный опрос, решение задач
		ИПК-3.2. Осуществляет обработку полученных результатов, анализирует и осмысливает их с учетом имеющихся литературных данных, а также ведет библиографическую работу, используя современные информационные технологии..	Тесты открытого типа
		ИПК-3.3. Осваивает методы построения математических моделей реальных объектов и разрабатывает на их основе практические рекомендации	Тесты закрытого типа

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Избранные главы функционального анализа» относится к обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Б1.В.01.

Взаимосвязь с другими дисциплинами учебного плана представлена в таблице 2:

Табл. 2

№	Название дисциплины	Семестр	Место дисциплины в структуре ОПОП
1.	Интегральные уравнения и теория операторов	3	Б1.В.04
2.	Специальный курс теории аналитических функций	3	Б1.В.02
3.	Классическая дифференциальная геометрия	2	Б1.В.03

## 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Объем дисциплины** «Избранные главы функционального анализа» составляет 4 зачётных единицы, всего 144 часов, из которых: лекции – 14 часов, практические занятия – 14 часов, ИКР – 30 часов, всего часов аудиторной нагрузки – 28 часов, самостоятельная работа – 86 часов, в том

числе в интерактивной форме – 6 часов, в форме практической подготовки – 6 часов. Зачет с оценкой – 2 семестр.

### **3.1. Структура и содержание теоретической части курса**

**Тема 1.** Основные структуры функционального анализа – 2 часа.

Метрические и предметрические пространства, нормированные и преднормированные пространства, пространства со скалярным произведением и взаимосвязь между данными типами пространств.

**Тема 2.** Топологические пространства – 2 часа.

Сравнение топологий, индуцированная топология, замыкание, отделимость, полнота метрического пространства, базы и предбазы топологии, сходимости в топологических пространствах.

**Тема 3.** Компактность в топологических и метрических пространствах – 2 часа.

Свойства компактов, связь с аксиомами отделимости, характеристика компактов в метрических пространствах, критерии компактности в конкретных нормированных пространствах.

**Тема 4.** Конструкция пространств Лебега – 2 часа.

Прямые суммы и пересечения подпространств преднормированного пространства, факторпространство по подпространству преднормированного пространства, критерий нормируемости факторпространства, иллюстрация общей конструкции построения факторпространства в случае пространств Лебега.

**Тема 5.** Нормированные и банаховы алгебры – 2 часа.

Кольца и их основные свойства, нормированные и банаховы алгебры, инволютивные, звёздные и  $C^*$ -алгебры, примеры классических банаховых алгебр, идеалы и факторалгебры банаховых алгебр, начала спектральной теории для коммутативных банаховых алгебр.

**Тема 6.** Вполне непрерывные операторы – 2 часа.

Вполне непрерывные операторы и их свойства. Примеры. Три теоремы Фредгольма. Случай конечномерного оператора. Спектральная теория вполне непрерывных операторов.

**Тема 7.** Спектральная теория вполне непрерывных операторов – 2 часа.

Вполне непрерывные операторы и их свойства. Примеры. Три теоремы Фредгольма. Случай конечномерного оператора. Спектральная теория вполне непрерывных операторов.

### **3.2. Структура и содержание практической части курса**

**Занятие 1.** Метрические и предметрические пространства – 2 часа.

**Занятие 2.** Нормированные и преднормированные пространства – 2 часа.

**Занятие 3.** Сравнение топологий, индуцированная топология – 2 часа.

**Занятие 4.** Замыкание – 2 часа.

**Занятие 5.** Отделимость – 2 часа.

**Занятие 6.** Свойства компактов. – 2 часа.

**Занятие 7.** Связь с аксиомами отделимости – 2 часа.

### 3.3. Структура и содержание ИКР

Табл. 3.

№ п/п	Объем иной контактной работы в часах	Темы ИКР	Форма и вид ИКР
1.	14	Пространства со скалярным произведением и взаимосвязь между данными типами пространств	Устный опрос, Решение задач
2.	14	Сходимость в топологических пространствах	Устный опрос, Решение задач
3.	14	Критерии компактности в конкретных нормированных пространствах	Устный опрос, Решение задач
4.	14	Иллюстрация общей конструкции построения факторпространства в случае пространств Лебега	Устный опрос, Решение задач
5.	14	Начала спектральной теории для коммутативных банаховых алгебр	Устный опрос, Решение задач
6.	16	Спектральная теория вполне непрерывных операторов	Устный опрос, Решение задач
	<b>Итого: 86</b>		

### Структура и содержание теоретической, практической части курса, ИКР и СРС

Табл. 4

№ п/п	Раздел дисциплины	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу магистрантов и трудоемкость (в часах)					Литература
		Лек.	Пр.	Лаб.	ИКР	СРС	
1.	<b>Тема 1.</b> Основные структуры функционального анализа	2			3	9	1-4
	<b>Занятие 1.</b> Метрические и предметрические пространства		2				
2.	<b>Тема 2.</b> Топологические пространства	2			3	9	1-4
	<b>Занятие 2.</b> Сравнение топологий, индуцированная топология		2				

3.	<b>Тема 3.</b> Компактность в топологических и метрических пространствах	2			3	9	1-4
	<b>Занятие 3.</b> Отделимость		2				
4.	<b>Тема 4.</b> Конструкция пространств Лебега	2			3	9	1-4
	<b>Занятие 4.</b> Связь с аксиомами отделимости		2				
5.	<b>Тема 5.</b> Нормированные и банаховы алгебры	2			4	10	1-4
	<b>Занятие 5.</b> Прямые суммы и пересечения подпространств преднормированного пространства		2				
6.		2			3	9	1-4
7.	<b>Тема 6.</b> Вполне непрерывные операторы		2		4	9	1-4
	<b>Занятие 6.</b> Критерий нормируемости факторпространства		2				
8.	<b>Тема 7.</b> Спектральная теория вполне непрерывных операторов	2			4	9	1-4
	<b>Занятие 7.</b> Вполне непрерывные операторы и их свойства		2				
	ИТОГО: лек-14 прак-14 ИКР-30 СРС-86						

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Избранные главы функционального анализа» включает в себя:

1. план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе нормы времени на выполнение по каждому заданию;
2. характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;
3. требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
4. критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

### 4.1. План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

Табл. 5

№ п/п	Объем самостоятельной работы в часах	Тема самостоятельной работы	Форма и вид самостоятельной работы	Форма контроля
1.	14	Пространства со скалярным произведением и	Вопросы по теме Задачи	Устный опрос, Решение

		взаимосвязь между данными типами пространств		задач
2.	14	Сходимость в топологических пространствах	Вопросы по теме Задачи	Устный опрос, Решение задач
3.	14	Критерии компактности в конкретных нормированных пространствах	Вопросы по теме Задачи	Устный опрос, Решение задач
4.	14	Иллюстрация общей конструкции построения факторпространства в случае пространств Лебега	Вопросы по теме Задачи	Устный опрос, Решение задач
5.	14	Начала спектральной теории для коммутативных банаховых алгебр	Вопросы по теме Задачи	Устный опрос, Решение задач
6.	16	Спектральная теория вполне непрерывных операторов	Вопросы по теме Задачи	Устный опрос, Решение задач
	<b>Итого: 86</b>			

#### **4.2. Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

Представленные темы для самостоятельной работы магистров охватывают основные разделы курса «Избранные главы функционального пространства» и предназначены для освоения теоретического и практического материала по данному курсу. Выполнения указанных самостоятельных работ будет способствовать в повышении математической культуры обучающихся, которое выражается в логическом мышлении и принятии рационального решения в задачах профессиональной деятельности.

Для выполнения самостоятельных работ следует, предварительно, повторить теоретический материал по соответствующей теме. Затем, ознакомиться с методическими пособиями (некоторые из них приведены в списке литературы данной рабочей программы), посвященных в подробном решении задач, а потом приступить к выполнению самостоятельной работы.

#### **4.3. Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**



Самостоятельная работа приводится в письменной форме в отдельной тетради в клеточку для самостоятельных работ. На титульном листе указывается название изучаемой дисциплины, ФИО магистра, курс и направление обучения. Все решения задач для самостоятельной работы должны быть аккуратно и подробно расписаны. В задачах, где необходимо геометрические иллюстрации обязательно выполняется чертеж. Рисунки необходимо рисовать с использованием карандаша. При этом не допускается зачеркивание или замазывание содержания самостоятельной работы в случае ошибок. Выполненные самостоятельные работы сдаются на проверку преподавателю в строго оговоренные преподавателям сроки. В противном случае преподаватель в праве не принять выполненную самостоятельную работу. Если после проверки самостоятельной работы преподавателем замечены ошибки и неточности, то тетрадь возвращает магистранту для исправления замечаний. Срок для исправления замечаний также оговаривается преподавателем.

Самостоятельная работа, выполненная со всеми указанными выше требованиями, будет считаться принятой, и со стороны преподавателя, в конце выполненной работы, фиксируется дата принятия и подпись.

В случае переполнения тетради для самостоятельной работы она сдается преподавателю для хранения на кафедре и заводится новая тетрадь. Тетради по самостоятельной работе в конце изучения курса сдаются преподавателю для хранения на кафедре.

#### **4.4. Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Критериями для оценки самостоятельной работы могут служить:

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

**Отметка «5».** Работа выполнена в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Магистранты работают полностью самостоятельно: подбирают необходимые для проведения практической работы теоретические знания, практические умения и навыки. Работа оформляется аккуратно, в наиболее оптимальной для фиксации результатов форме.

**Отметка «4».** Практическая или самостоятельная работа выполняется магистрантами в полном объеме и самостоятельно. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата (перестановка пунктов типового плана при характеристике отдельных территорий или стран и т.д.). Магистранты используют указанные преподавателем источники знаний, включая страницы

атласа, таблицы из приложения к учебнику, страницы из статистических сборников. Работа показывает знание учащихся основного теоретического материала и овладение умениями, необходимыми для самостоятельного выполнения работы. Могут быть неточности и небрежности в оформлении результатов работы.

**Отметка «3».** Практическая работа выполняется и оформляется магистрантами при помощи преподавателя или хорошо подготовленными и уже выполнившими на «отлично» данную работу магистрантами. На выполнение работы затрачивается много времени (можно дать возможность доделать работу дома). Учащиеся показывают знания теоретического материала, но испытывают затруднение при самостоятельной работе.

**Отметка «2»** выставляется в том случае, когда магистранты не подготовлены к выполнению этой работы. Полученные результаты не позволяют сделать правильных выводов и полностью расходятся с поставленной целью. Показывается плохое знание теоретического материала и отсутствие необходимых умений. Руководство и помощь со стороны преподавателя и хорошо подготовленных магистрантов неэффективны по причине плохой подготовки.

## **5. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература:**

1. Борзых, Д.А. Элементарное введение в функциональный анализ: Теория, примеры и задачи с решениями. Более 200 подробно разобранных примеров и задач / Д.А. Борзых. - М.: Ленанд, 2019. - 288 с.
2. Борзых, Д.А. Элементарное введение в функциональный анализ: Теория, примеры и задачи с решениями. Более 200 подробно разобранных примеров и задач / Д.А. Борзых. - М.: Ленанд, 2016. - 288 с.
3. Босс, В. Лекции по математике: Функциональный анализ / В. Босс. - М.: КД Либроком, 2018. - 216 с.
4. Босс, В. Лекции по математик. Т.5. Функциональный анализ / В. Босс. - М.: КД Либроком, 2015. - 216 с.
- 5.

### **Дополнительная литература:**

1. Гавриков, М.Б. Функциональный анализ и вычислительная математика / М.Б. Гавриков, А.А. Таюрский. - М.: Ленанд, 2016. - 344 с.
2. Дерр, В.Я. Функциональный анализ: лекции и упражнения (для бакалавров) / В.Я. Дерр. - М.: КноРус, 2016. - 96 с.

3. Луговая, Г.Д. Функциональный анализ: Специальные курсы / Г.Д. Луговая, А.Н. Шерстнев. - М.: Ленанд, 2019. - 256 с.
4. Треногин, В.А. Функциональный анализ: в 2 т.Т. 2: Учебное пособие / В.А. Треногин. - М.: Академия, 2019. - 320 с.
5. Треногин, В.А. Функциональный анализ: учебное пособие. в 2 т. Т. 2 / В.А. Треногин. - М.: Academia, 2018. - 288 с.
6. Треногин, В.А. Функциональный анализ: Учебное пособие / В.А. Треногин. - М.: Academia, 2017. - 128 с.
7. Шамин, Р.В. Функциональный анализ от нуля до единицы / Р.В. Шамин. - М.: Ленанд, 2016. - 272 с.
8. Шерстнев, А.Н. Математический и функциональный анализ: Конспект лекций / А.Н. Шерстнев. - М.: Ленанд, 2018. - 376 с.

#### **Интернет-ресурсы:**

1. <https://urait.ru>
2. <http://math4school.ru>
3. <http://webmath.ru>.
4. <http://www-formula.ru/index.php>

#### **Электронно-библиотечные системы**

1. ЭБС «Издательство Лань» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Издательство Лань». – Режим доступа <https://e.lanbook.com/>;
2. ЭБС «Электронная библиотечная система ЮРАЙТ» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Режим доступа <https://biblio-online.ru/>.

#### **Перечень лицензионного программного обеспечения**

1. MS Office;
2. Power Point

### **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. В течение недели выбрать время для работы с литературой по высшей и элементарной математике.
2. При подготовке к практическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно

использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

Рекомендуется использовать текст лекций преподавателя (если он имеется), пользоваться рекомендациями по изучению дисциплины; использовать литературу, рекомендуемую составителями данной рабочей программы; использовать вопросы к зачету (с оценкой), контрольные работы.

Перед работой с научными источниками магистранту следует обратиться к основной учебной литературе – учебным пособиям и хрестоматиям. Это позволит ему сформировать общее представление о существе интересующего вопроса.

Системный подход к изучению предмета предусматривает не только тщательное чтение специальной литературы, но и обращение к дополнительным источникам – справочникам, энциклопедиям, словарям. Эти источники – важное подспорье в самостоятельной работе магистранта (СРС и НИРС), поскольку глубокое изучение именно их позволит магистранту уверенно «распознавать», а затем самостоятельно оперировать научными категориями и понятиями, следовательно – освоить новейшую научную терминологию. Такого рода работа с литературой обеспечивает решение магистрантом поставленной перед ним задачи (подготовка к практическому занятию, выполнение самостоятельной работы и т.д.).

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

При проведении занятий по дисциплине «Избранные главы функционального анализа» используется мультимедийное оборудование аудиторий естественнонаучного факультета № 205, 211, а также используются преподавателем наглядно-иллюстрационные (в том числе раздаточные) материалы.

В Университете созданы специальные условия обучающихся с ограниченными возможностями здоровья - специальные учебники, учебные пособия и дидактические материалы, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания организаций и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются бесплатно специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, а также обеспечивается:

наличие альтернативной версии официального сайта организации в сети "Интернет" для слабовидящих;

присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;

обеспечение выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);

возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проёмов, лифтов).

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ МАГИСТРОВ**

*Форма итоговой аттестации: зачет с оценкой II семестр, который проводится в устной форме.*

*Содержание текущего контроля, промежуточной аттестации, итогового контроля раскрываются в фонде оценочных средств, предназначенных для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям ФГОС ВО.*

*ФОС по дисциплине является логическим продолжением рабочей программы учебной дисциплины. ФОС по дисциплине прилагается.*