

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ  
ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

**Естественнонаучный факультет**

---

**Кафедра математики и физики**

«УТВЕРЖДАЮ»  
« 28 » августа 2023 г.  
Зав. кафедрой к.ф.м.н., доцент  
Ф.И.О. Гойбов Д.С.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по учебной дисциплине

**Дифференциальные и интегральные уравнения**

---

**03.03.02 – Физика**

---

Душанбе 2023 г.

**ПАСПОРТ  
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине Дифференциальные и интегральные уравнения

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1	Интегральные уравнения	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
2	Теория Фредгольма	ОПК-1 ОПК 2 ПК-4 ПК-5	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
3	Принцип сжатых отображений	ОПК-1 ОПК 2 ПК-4 ПК-5	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
4	Линейные операторы. Линейные интегральные уравнения	ОПК-1 ПК-1 ПК-4 ПК-5	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
5	Интегральные преобразования и интегральные уравнения Преобразование Фурье. Преобразование Лапласа	ОПК-1 ОПК2 ПК-4 ПК-5	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
6	Вариационное исчисление. Понятие функционала, теорема Рисса	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	4	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
7	Вариационное исчисление. Основная задача вариационного исчисления: относительный и аб- солютный экстремум функционала	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
8	Условный экстремум. Операторно-числовой функционал	ОПК-1 ОПК-2 ПК-4 ПК-5	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	2 2 3
Всего:			36	3	56

**ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

**Формируемые компетенции**

**ОПК-1** – способностью применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

**ОПК-2** Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, техники, экономики и управлении **ПК-4** – способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний по

профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования

**ПК-4** Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** - способностью проектировать, организовывать и анализировать педагогическую деятельность, обеспечивая последовательность изложения материала и междисциплинарные связи физики с другими дисциплинами

**Выступление** – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
  - углубления и расширения теоретических знаний;
  - формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
  - развития познавательных способностей и активности студентов:
  - творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
  - формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
  - развития исследовательских умений.
1. Линейное нормированное пространство.
  2. Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала. Экстремум функционала.
  3. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
  4. Пространство непрерывных функций. Эпсилон – окрестность и расстояние между точками.
  5. Уравнение Эйлера. Экстремали.
  6. Основная лемма вариационного исчисления.
  7. Уравнение Эйлера-Пуассона.
  8. Уравнение Эйлера-Остроградского.
  9. Вариационная задача с подвижными границами для простейшего функционала.
  10. Условия трансверсальности.
  11. Задача с подвижными границами для функционала, зависящего от двух функций одного независимого аргумента. Поле экстремалей.
  12. Условие Якоби. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия экстремума функционала.
  13. Вариационные задачи на условный экстремум.
  14. Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.
  15. Уравнения Фредгольма и Вольтерра I и II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального однородного уравнения.
  16. Решение уравнения Фредгольма II рода с вырожденным ядром.

#### **Требование к выступлению:**

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;
- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

#### **Критерии оценки по выступлению:**

**Отметка «5».** Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

**Отметка «4».** Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

**Отметка «3».** Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

**Отметка «2»** выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

### Формируемые компетенции

**ОПК-1** – способностью применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

**ОПК-2** Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, техники, экономики и управлении **ПК-4** – способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования

**ПК-4** Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** - способностью проектировать, организовывать и анализировать педагогическую деятельность, обеспечивая последовательность изложения материала и междисциплинарные связи физики с другими дисциплинами

**Коллоквиум** – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Найти неопределенные интегралы:

$$\varphi(x) - 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \varphi(t) dt = 2x - \pi$$

$$\varphi(x) - \int_{-1}^1 e^{\arcsin x} \varphi(t) dt = tg x$$

2. Решите дифференциальные уравнения

$$2x^2 yy' + y^2 = 2 ;$$

$$y' - xy^2 = 2xy ;$$

$$y' = (1 + y^2)/(1 + x^2) ;$$

$$y' \sqrt{1 + y^2} = x^2 / y ;$$

$$(y + 1)y' = \frac{y}{\sqrt{1 - x^2}} + xy ;$$

$$(1 + x^2)y' + y\sqrt{1 + x^2} = xy ;$$

$$xyy' = \frac{1 + x^2}{1 - y^2} ;$$

$$(xy - x)^2 dy + y(1 - x)dx = 0 ;$$

$$(x^2 y - y)^2 dy + y(1 - x)dx = 0; \quad \sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0;$$

#### Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - не знание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

#### ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

##### Формируемые компетенции

**ОПК-1** – способностью применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

**ОПК-2** Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, техники, экономики и управлении **ПК-4** – способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования

**ПК-4** Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** - способностью проектировать, организовывать и анализировать педагогическую деятельность, обеспечивая последовательность изложения материала и междисциплинарные связи физики с другими дисциплинами

1. Условный экстремум. Пример. Необходимое условие условного экстремума. Функция Лагранжа.
2. Достаточные условия экстремума. Пример.
3. Определение двойного интеграла для прямоугольника. Верхняя и нижняя суммы Дарбу.
4. Необходимое условие интегрируемости.
5. Основные свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному (для прямоугольника).
6. Множество меры нуль в  $R^n$  Объединение и пересечение множеств меры нуль.
7. Промежуток и его мера.
8. Мера графика непрерывной функции. Обобщение теоремы Кантора. Критерий Лебега.
9. Верхняя и нижняя суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу.
10. Теорема Дарбу.
11. Критерий Дарбу.
12. Допустимые множества. Характеристическая функция множества.
13. Интеграл по множеству. Критерий интегрируемости функции на “допустимом”
14. множестве. Мера допустимого множества.
15. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в случае произвольной области.
16. Теорема Фубини.

17. Линейная замена переменной в кратном интеграле.
18. Лемма о приближении с точностью до "о" малой меры образа куба при отображении  $x' = Ax$ .

#### Критерии оценки дискуссии:

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

### ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

#### (ЗАЧЕТ)

**ОПК-1** – способностью применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

**ОПК-2** Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, техники, экономики и управлении **ПК-4** – способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний по профильным предметам (дисциплинам, модулям) в рамках программ основного общего и среднего общего образования

**ПК-4** Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

**ПК-5** - способностью проектировать, организовывать и анализировать педагогическую деятельность, обеспечивая последовательность изложения материала и междисциплинарные связи физики с другими дисциплинами

1. Исследовать разрешимость при различных значениях  $\lambda$  и решить интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода

$$y(x) = \lambda \int_{-1}^1 (2xs^3 + 5x^2s^2) y(s) ds + x^2$$

2. Найти характеристические числа и собственные функции

$$y(x) = \lambda \int_{-\pi}^{\pi} (\sin x \sin s + s) y(s) ds$$

3. Решить уравнение Фредгольма

$$y(x) = \pi^2 \int_0^1 K(x, s) y(s) ds + \sin 2\pi x$$

с симметрическим непрерывным ядром

$$K(x, s) = \begin{cases} x(1-s), & 0 \leq x \leq s \\ s(1-x), & s \leq x \leq 1 \end{cases}, \quad x, s \in [0; 1]$$

4. Найти неопределенные интегралы:

$$\varphi(x) - \lambda \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} t \varphi(t) dt = \operatorname{ctg} x$$

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^1 \cos(q \ln t) \varphi(t) dt = 1$$

5. Решите дифференциальные уравнения:

$$y - xy' = x \sec \frac{y}{x};$$

$$(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0;$$

$$xy' + y = xy^2 \ln x;$$

$$\sec^2 x \operatorname{tg} y dx + \sec^2 y \operatorname{tg} x dy = 0;$$

$$(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0;$$

$$y^2 + x^2 y' = xyy';$$

$$xy' - y = x \operatorname{tg}(y/x);$$

$$xy' = y - x e^{y/x};$$

$$xy' - y = (x + y) \ln((x + y)/x);$$

$$xy' = y \cos \ln(y/x);$$

6. Классификация линейных интегральных уравнений. Интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода.
  7. Интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода
  8. Однородные уравнения. Неоднородные уравнения.
  9. Определитель Фредгольма. Основные результаты. Резольвента интегрального уравнения
  10. Полные пространства. Сходимость в метрических пространствах. Фундаментальные последовательности.
  11. Принцип сжатых отображений.
  12. Линейные нормированные пространства. Линейные операторы. Норма оператора.
  13. Пространство операторов. Обратные операторы
  14. Метод интегральных преобразования
  15. Таблица преобразований (одномерный случай. Оригинал и изображение)
  16. Понятие функционала и его вариации, линейные функционалы. Теорема Рисса
  17. Уравнение Эйлера. Понятие вариационной производной. Уравнение Остроградского.
  18. Неопределенные множители Лагранжа. Достаточное условие экстремума
- Итоговая форма контроля по дисциплине зачет проводится в устной форме.

#### Критерии оценки тестовых заданий

- «отлично» - более 90 баллов;
- «хорошо» - более 75 баллов;
- «удовлетворительно» - менее 70 баллов;
- «неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: к.ф.-м.н., доцент Гонбов Д.С.

  
«28» августа 2023г.