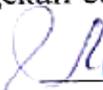


**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ  
ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»**

«Утверждаю»  
Декан естественнонаучного факультета  
  
Макмадбегов Р.С.  
2023 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Избранные главы функционального анализа»**  
Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»  
Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»  
Форма подготовки - очная  
Уровень подготовки - магистр

Душанбе - 2023

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ № 12 от 10.01.2018 г.

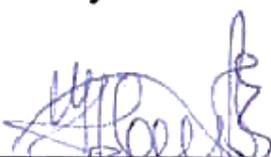
При разработке рабочей программы учитываются

- требования работодателей, профессиональных стандартов по направлению;
- содержание программ дисциплин/модулей, изучаемых на предыдущих и последующих этапах обучения;
- новейшие достижения в данной предметной области.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математики и физики, протокол № 1 от «28» августа 2023 г.

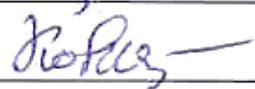
Рабочая программа утверждена УМС естественнонаучного факультета, протокол № 1 от «28» августа 2023 г.

Рабочая программа утверждена Ученым советом естественнонаучного факультета, протокол № 1 от «29» августа 2023 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  Гаибов Д.С.

Зам.председателя УМС факультета \_\_\_\_\_  Абдулхаева Ш.Р.

Разработчик: \_\_\_\_\_  Каримов О.Х.

Разработчик от организации \_\_\_\_\_  Каримов О.Х.

## Расписание занятий дисциплины

Ф.И.О. преподавателя	Аудиторные занятия		Приём СРС	Место работы преподавателя
	лекция	Практические занятия (КСР, лаб.)		
Каримов О.Х.				

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 1.1. Цели изучения дисциплины

Целями освоение дисциплины «Избранные главы функционального анализа» являются: формирование математической культуры магистрантов, развитие системного математического мышления. Дисциплина является обобщением на бесконечно-мерный случай идей алгебры, математического анализа и геометрии. Идеи, методы, терминология, обозначения и стиль функционального анализа пронизывают почти все области математики, объединяя ее в единое целое.

#### 1.2. Задачи изучения дисциплины

Задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

1. формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании магистра;
2. ознакомление системы понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;
3. формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

#### 1.3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Избранные главы функционального анализа» направлен на формирование следующих общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности:

Табл. 1

код	Формируемая компетенция	Этапы формирования компетенции	Содержание этапа формирования компетенции	Вид оценочного средства
ОПК-1	способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	Начальный этап (знания)	Знает/ИОПК-1.1: $n$ -мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции $n$ переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИОПК-1.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.

		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИОПК-1.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование
ПК-2	способность к организации научно-исследовательских и научно-производственных работ, управлению научным коллективом	Начальный этап (знания)	Знает/ИПК-2.1: n-мерное евклидово пространство, предел и непрерывность функции n переменных	Устный опрос
		Продвинутый этап (навыки)	Умеет/ИПК-2.2: дифференцировать и интегрировать функции многих переменных	Контроль самостоятельной работы.
		Завершающий этап (умения)	Владеет/ ИПК-2.3: навыками нахождения локальных экстремумов функции многих переменных	Тестирование

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Избранные главы функционального анализа» включена в базовую часть профессионального цикла Б1.В.01.

Изучение дисциплины формирует необходимые знания для усвоения дисциплины:

Табл. 2

№	Название дисциплины	Семестр	Место дисциплины в структуре ОПОП
1.	Интегральные уравнения и теория операторов	3	Б1.В.04
2.	Специальный курс теории аналитических функций	3	Б1.В.02
3.	Классическая дифференциальная геометрия	2	Б1.В.03

## 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Объем дисциплины** «Избранные главы функционального анализа» составляет 6 зачётных единицы, всего 216 часов, из которых: лекции – 12 часов, практические занятия – 30 часов, КСР – 46 часов, самостоятельная работа – 128 часов, всего часов аудиторной нагрузки – 42 часов, в том числе интерактивной форме 20 ч. Экзамен – 2 семестр.

### 3.1. Структура и содержание теоретической части курса

**Тема 1.** Основные структуры функционального анализа – 2 часа.

Метрические и предметрические пространства, нормированные и преднормированные пространства, пространства со скалярным произведением и взаимосвязь между данными типами пространств.

**Тема 2.** Топологические пространства – 2 часа.

Сравнение топологий, индуцированная топология, замыкание, отделимость, полнота метрического пространства, базы и предбазы топологии, сходимость в топологических пространствах.

**Тема 3.** Компактность в топологических и метрических пространствах – 2 часа.

Свойства компактов, связь с аксиомами отделимости, характеристика компактов в метрических пространствах, критерии компактности в конкретных нормированных пространствах.

**Тема 4.** Конструкция пространств Лебега – 2 часа.

Прямые суммы и пересечения подпространств преднормированного пространства, факторпространство по подпространству преднормированного пространства, критерий нормируемости факторпространства, иллюстрация общей конструкции построения факторпространства в случае пространств Лебега.

**Тема 5.** Нормированные и банаховы алгебры – 2 часа.

Кольца и их основные свойства, нормированные и банаховы алгебры, инволютивные, звёздные и  $C^*$ -алгебры, примеры классических банаховых алгебр, идеалы и факторалгебры банаховых алгебр, начала спектральной теории для коммутативных банаховых алгебр.

**Тема 6.** Вполне непрерывные операторы – 2 часа.

Вполне непрерывные операторы и их свойства. Примеры. Три теоремы Фредгольма. Случай конечномерного оператора. Спектральная теория вполне непрерывных операторов.

### **3.2. Структура и содержание практической части курса**

**Занятие 1.** Метрические и предметрические пространства – 2 часа.

**Занятие 2.** Нормированные и преднормированные пространства – 2 часа.

**Занятие 3.** Сравнение топологий, индуцированная топология – 2 часа.

**Занятие 4.** Замыкание – 2 часа.

**Занятие 5.** Отделимость – 2 часа.

**Занятие 6.** Свойства компактов. – 2 часа.

**Занятие 7.** Связь с аксиомами отделимости – 2 часа.

**Занятие 8.** Характеризация компактов в метрических пространствах – 2 часа.

**Занятие 9.** Прямые суммы и пересечения подпространств преднормированного пространства – 2 часа.

**Занятие 10.** Факторпространство по подпространству преднормированного пространства – 2 часа.

**Занятие 11.** Критерий нормируемости факторпространства – 2 часа.

**Занятие 12.** Кольца и их основные свойства – 2 часа.

**Занятие 13.** Нормированные и банаховы алгебры – 2 часа.

**Занятие 14.** Вполне непрерывные операторы и их свойства – 2 часа.

**Занятие 15.** Три теоремы Фредгольма. – 2 часа.

### **3.3. Структура и содержание КСР**

№ п/п	Объем самостоятельной работы в часах	Тема КСР	Форма и вид КСР	Форма контроля
-------	--------------------------------------	----------	-----------------	----------------

<b>I семестр</b>				
1.	10	Полнота метрического пространства	Устный опрос, Решение задач	Защита работы
2.	10	Базы и предбазы топологии	Устный опрос, Решение задач	Защита работы
3.	10	Критерии компактности в конкретных нормированных пространствах	Устный опрос, Решение задач	Защита работы
4.	10	Иллюстрация общей конструкции построения факторпространства в случае пространств Лебега.	Устный опрос, Решение задач	Защита работы
5.	10	Инволютивные, звёздные и $C^*$ -алгебры	Устный опрос, Решение задач	Защита работы
6.	10	Примеры классических банаховых алгебр	Устный опрос, Решение задач	Защита работы
7.	10	Случай конечномерного оператора	Устный опрос, Решение задач	Защита работы
8.	10	Спектральная теория вполне непрерывных операторов	Устный опрос, Решение задач	Защита работы
<b>Итого: 90</b>				

Табл. 3

№ п/п	Раздел дисциплины	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу магистрантов и трудоемкость (в часах)					Литература	Кол-во баллов в неделю
		Лек.	Пр.	Лаб.	КСР	СРС		
<b>II семестр</b>								
1.	<b>Тема 1.</b> Основные структуры функционального анализа	2			3	9	1-4	
	<b>Занятие 1.</b> Метрические и предметрические пространства		2					
2.	<b>Занятие 2.</b> Нормированные и преднормированные пространства	2			3	9	1-4	
3.	<b>Тема 2.</b> Топологические пространства	2			3	9	1-4	
	<b>Занятие 3.</b> Сравнение топологий, индуцированная топология		2					
4.	<b>Занятие 4.</b> Замыкание	2			3	9		
5.	<b>Тема 3.</b> Компактность в топологических и метрических пространствах	2			3	9	1-4	
	<b>Занятие 5.</b> Отделимость		2					
6.	<b>Занятие 6.</b> Свойства компактов.	2			4	9	1-4	
7.	<b>Тема 4.</b> Конструкция пространств Лебега	2			3	9	1-4	
	<b>Занятие 7.</b> Связь с аксиомами отделимости		2					

8.	<b>Занятие 8.</b> Характеризация компактов в метрических пространствах	2			3	9	1-4	
9.	<b>Тема 5.</b> Нормированные и банаховы алгебры	2			4	10	1-4	
	<b>Занятие 9.</b> Прямые суммы и пересечения подпространств преднормированного пространства		2					
10.	<b>Занятие 10.</b> Факторпространство по подпространству преднормированного пространства	2			3	9	1-4	
11.	<b>Тема 6.</b> Вполне непрерывные операторы		2		4	9	1-4	
	<b>Занятие 11.</b> Критерий нормируемости факторпространства		2					
12.	<b>Занятие 12.</b> Кольца и их основные свойства		2		3	10	1-4	
13.	<b>Занятие 13.</b> Нормированные и банаховы алгебры		2		4	9	1-4	
	<b>Занятие 14.</b> Вполне непрерывные операторы и их свойства		2					
14.	<b>Занятие 15.</b> Три теоремы Фредгольма.		2		3	9	1-4	
	ИТОГО: лек-12 прак-30 КСР-46 СРС-128 ВСЕГО-216							

#### **4.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Избранные главы функционального анализа» включает в себя:

1. план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;
2. характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;
3. требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;
4. критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

##### **4.1. План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине**

Табл. 5.

№ п/п	Объем самостоятельной работы в часах	Тема самостоятельной работы	Форма и вид самостоятельной работы	Форма контроля
<b>II семестр</b>				
1.	20	Пространства со скалярным произведением и	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами

		взаимосвязь между данными типами пространств		
2.	20	Сходимость в топологических пространствах	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
3.	22	Критерии компактности в конкретных нормированных пространствах	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
4.	22	Иллюстрация общей конструкции построения факторпространства в случае пространств Лебега	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
5.	22	Начала спектральной теории для коммутативных банаховых алгебр	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
6.	22	Спектральная теория вполне непрерывных операторов	Устный опрос, Решение задач	Поощрение баллами
	<b>Итого: 128</b>			

#### **4.2. Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

Представленные темы для самостоятельной работы магистров охватывают основные разделы курса «Избранные главы функционального пространства» и предназначены для освоения теоретического и практического материала по данному курсу. Выполнения указанных самостоятельных работ будет способствовать в повышении математической культуры обучающихся, которое выражается в логическом мышлении и принятии рационального решения в задачах профессиональной деятельности.

Для выполнения самостоятельных работ следует, предварительно, повторить теоретический материал по соответствующей теме. Затем, ознакомиться с методическими пособиями (некоторые из них приведены в списке литературы данной рабочей программы), посвященных в подробном решении задач, а потом приступить к выполнению самостоятельной работы.

#### **4.3. Требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Самостоятельная работа приводится в письменной форме в отдельной тетради в клеточку для самостоятельных работ. На титульном листе указывается название изучаемой дисциплины, ФИО магистра, курс и направление обучения. Все решения задач для самостоятельной работы должны быть аккуратно и подробно расписаны. В задачах, где необходимо

геометрические иллюстрации обязательно выполняется чертеж. Рисунки необходимо рисовать с использованием карандаша. При этом не допускается зачеркивание или замазывание содержания самостоятельной работы в случае ошибок. Выполненные самостоятельные работы сдаются на проверку преподавателю в строго оговоренные преподавателям сроки. В противном случае преподаватель в праве не принять выполненную самостоятельную работу. Если после проверки самостоятельной работы преподавателем замечены ошибки и неточности, то тетрадь возвращает магистранту для исправления замечаний. Срок для исправления замечаний также оговаривается преподавателем.

Самостоятельная работа, выполненная со всеми указанными выше требованиями, будет считаться принятой, и со стороны преподавателя, в конце выполненной работы, фиксируется дата принятия и подпись.

В случае переполнения тетради для самостоятельной работы она сдается преподавателю для хранения на кафедре и заводится новая тетрадь. Тетради по самостоятельной работе в конце изучения курса сдаются преподавателю для хранения на кафедре.

#### **4.4. Критерии оценки выполнения самостоятельной работы**

Самостоятельные работы, выполненные в соответствии всеми требованиями, указанных в пункте 4.3, будут оцениваться согласно разделу «СРС: написание реферата, доклада, эссе, выполнение других видов работ» таблицы 4.

### **5. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **Основная литература:**

1. Дерр, В.Я. Функциональный анализ. Лекции и упражнения / В.Я. Дерр. - Люберцы: Юрайт, 2012. - 464 с.
2. Канторович, Л.В. Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. - СПб.: ВНУ, 2004. - 816 с.
3. Князев, П.Н. Функциональный анализ / П.Н. Князев. - М.: КД Либроком, 2009. - 208 с.
4. Луговая, Г.Д. Функциональный анализ: специальные курсы / Г.Д. Луговая. - М.: ЛКИ, 2013. - 256 с.

#### **Дополнительная литература:**

1. Треногин, В.А. Функциональный анализ: Учебник / В.А. Треногин. - М.: Физматлит, 2007. - 488 с.
2. Шамин, Р.В. Функциональный анализ от нуля до единицы / Р.В. Шамин. - М.: Ленанд, 2016. - 272 с.

#### **Интернет-ресурсы:**

1. <https://urait.ru>
2. <http://math4school.ru>
3. <http://webmath.ru>.
4. <http://www-formula.ru/index.php>

#### **Электронно-библиотечные системы**

1. ЭБС «Издательство Лань» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Издательство Лань». – Режим доступа <https://e.lanbook.com/>;
2. ЭБС «Электронная библиотечная система ЮРАЙТ» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система / ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ». – Режим доступа <https://biblio-online.ru/>.

#### **Перечень лицензионного программного обеспечения**

1. Windows Serwer 2019;
2. ILO;
3. ESET NOD32.

#### **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. В течение недели выбрать время для работы с литературой по высшей и элементарной математике.

2. При подготовке к практическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

Рекомендуется использовать текст лекций преподавателя (если он имеется), пользоваться рекомендациями по изучению дисциплины; использовать литературу, рекомендуемую составителями данной рабочей программы; использовать вопросы к зачету, примерные контрольные работы.

Перед работой с научными источниками магистранту следует обратиться к основной учебной литературе – учебным пособиям и хрестоматиям. Это позволит ему сформировать общее представление о существе интересующего вопроса.

Системный подход к изучению предмета предусматривает не только тщательное чтение специальной литературы, но и обращение к дополнительным источникам – справочникам, энциклопедиям, словарям. Эти источники – важное подспорье в самостоятельной работе магистранта (СРС и НИРС), поскольку глубокое изучение именно их позволит магистранту уверенно «распознавать», а затем самостоятельно оперировать научными категориями и понятиями, следовательно – освоить новейшую научную терминологию. Такого рода работа с литературой обеспечивает решение магистрантом поставленной перед ним задачи (подготовка к практическому занятию, выполнение самостоятельной работы и т.д.).

#### **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

При проведении занятий по дисциплине «Избранные главы функционального анализа» используются как классические формы и методы

обучения (лекции, практические занятия), так и активные методы обучения (контрольно-обучающие программы тестирования по всем разделам изучаемого материала, работа с ЭУК при подготовке к занятиям, контрольным работам и рейтингового контроля.). Применение любой формы обучения предполагает также использование новейших IT-обучающих технологий.

При проведении лекционных занятий по дисциплине «Избранные главы функционального анализа» целесообразно использовать мультимедийное презентационное оборудование, чтобы сделать более наглядными и понятными доказательства теорем, методики и алгоритмы решения задач и примеров, иллюстрирующих теоретические выводы и их прикладную направленность. Преподаватель использует компьютерные и мультимедийные средства обучения (презентации, содержащиеся в ЭУК), а также наглядно-иллюстрационные (в том числе раздаточные) материалы.

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ МАГИСТРОВ**

*Форма итоговой аттестации: экзамен II семестр.*

### **Итоговая система оценок по кредитно-рейтинговой системе с использованием буквенных символов**

Табл. 6

Оценка по буквенной системе	Диапазон соответствующих наборных баллов	Численное выражение оценочного балла	Оценка по традиционной системе
<b>A</b>	10	95-100	Отлично
<b>A-</b>	9	90-94	
<b>B+</b>	8	85-89	Хорошо
<b>B</b>	7	80-84	
<b>B-</b>	6	75-79	
<b>C+</b>	5	70-74	Удовлетворительно
<b>C</b>	4	65-69	
<b>C-</b>	3	60-64	
<b>D+</b>	2	55-59	
<b>D</b>	1	50-54	
<b>Fx</b>	0	45-49	Неудовлетворительно

*Содержание текущего контроля, промежуточной аттестации, итогового контроля раскрываются в фонде оценочных средств, предназначенных для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям ФГОС ВО.*

*ФОС по дисциплине является логическим продолжением рабочей программы учебной дисциплины. ФОС по дисциплине прилагается.*