

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

Естественнонаучный факультет

Кафедра математики и физики

«УТВЕРЖДАЮ»
« 28 » августа 2023 г.
Зав. кафедрой к.ф.м.н., доцент
Ф.И.О. Гойбов Д.С.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

Математический анализ

01.03.01– Математика

профиль «Общая математика»

Душанбе 2023 г.

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
по дисциплине Математический анализ

№ п/п	Контролируемые разделы, темы	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во заданий для экзамена/зачета	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1	Множества. Операции над множествами. Функции одной переменной.	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
2	Предел функции. Определение предела функции. Предел последовательности. Бесконечные пределы	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
3	Непрерывные функции одной переменной. Монотонные последовательности	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
4	Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
5	Дифференциальные исчисления функций одной переменной. Дифференциал	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
6	Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталя. Формула Тейлора.	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
7	Исследование поведения функции с помощью производной. Построение графика.	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
8	Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства.	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
9	Основные методы интегрирования	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
10	Определенный интеграл Римана	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 2
11	Приближенное вычисление интегралов	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
12	Функции нескольких переменных. основные	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум	1 1

	понятия			Дискуссия	1
13	Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
14	Экстремумы, наибольшие и наименьшие значения	ПК-1 ПК-3	6	Выступление Коллоквиум Дискуссия	1 1 1
Всего:			84		51

ТЕМЫ ВЫСТУПЛЕНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Формируемые компетенции

ПК-1 – Способность формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

ПК-3 – Способность разрабатывать и реализовывать использование современных способов математики в условиях ИКТ.

Выступление – речь, лекция, доклад, заявление и т.п., которые сообщаются кем-либо в устной форме.

Выступление студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
 - углубления и расширения теоретических знаний;
 - формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
 - развития познавательных способностей и активности студентов:
 - творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
 - формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
 - развития исследовательских умений.
1. Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные множества. Верхние и нижние грани множества.
 2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
 3. Свойства бесконечно малых последовательностей.
 4. Теорема связи между бесконечно большими и бесконечно малыми последовательностями.
 5. Предел числовой последовательности Теорема о единственности предела. Критерии Коши.
 6. Сходящиеся числовые последовательности.
 7. Теорема об ограниченности сходящейся числовой последовательности. Свойства сходящихся числовых последовательностей.
 8. Теорема о предельном переходе в неравенствах. Теоремы о промежуточной последовательности.
 9. Монотонные последовательности. Теорема о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
 10. Теорема о вложенных отрезках.
 11. Число Эйлера (e).
 12. Понятие функции, способы ее задания. Классификация функций.
 13. Два определения предела функции в точке. Теорема об эквивалентности определений пределов функции в точке.
 14. Теорема о пределе суммы, произведения, и частной функции. Предел функции на бесконечности. Теорема об ограниченности функции, имеющей предел.

Требование к выступлению:

- точность ответа на поставленный вопрос;
- формулировка целей и задач работы;

- раскрытие (определение) рассматриваемого понятия (определения, проблемы, термина);
- четкость структуры работы;
- самостоятельность, логичность изложения;
- наличие выводов, сделанных самостоятельно.

Критерии оценки по выступлению:

Отметка «5». Выступление выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности. Работа соответствует требованию.

Отметка «4». Выступление отвечает предъявленным требованиям. Допускаются отклонения от необходимой последовательности выполнения, не влияющие на правильность конечного результата.

Отметка «3». Учащиеся показывают знания не в полной мере и испытывают затруднение при решении задач.

Отметка «2» выставляется в том случае, когда учащиеся не подготовлены к выполнению этой работы.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Формируемые компетенции

ПК-1 – Способность формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

ПК-3 – Способность разрабатывать и реализовывать использование современных способов математики в условиях ИКТ.

Коллоквиум – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

Коллоквиум может проводиться в устной или письменной форме.

1. Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:
 $y = (x - 2)^3$, $y = 4x - 8$.
3. $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:
 $y = \sqrt{1 - x^2}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.
5. Вычислить несобственный интеграл или установить его сходимость (расходимость):
 $\int_0^{\infty} \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 8} dx$.
6. Вычислить несобственный интеграл или установить его сходимость (расходимость): $\int_0^1 \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x^3} dx$.
7. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^5 \frac{dx}{(25 + x^2)^{3/2}}$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
$$\begin{cases} x = 16 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$$
$$x = 6\sqrt{3} \quad (x \geq 6\sqrt{3})$$
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными в полярных координатах: $r = \cos 2\varphi$.
10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными в полярных координатах: $r = 6 \sin 3\varphi$, $r = 3$ ($r \geq 3$).
11. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрически:
$$\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$$
$$0 \leq t \leq \pi$$
12. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры ограниченной графиком данной функции, вокруг оси Ox : $y = 3 \sin x$, $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.
13. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры ограниченной графиком данной функции, вокруг оси Oy : $y = 5 \cos x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x \geq 0$.
14. Найти предел или показать, что он не существует: $\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

Критерии оценки коллоквиума:

Оценка «5» - глубокое и прочное усвоение материала. Умение доказать свое решение. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Воспроизведение учебного материала с требуемой степенью точности.

Оценка «4» - наличие несущественных ошибок, уверенно исправляемых обучающимся после дополнительных и наводящих вопросов. Демонстрация обучающимся знаний в объеме пройденной программы. Четкое изложение учебного материала.

Оценка «3» - наличие несущественных ошибок в ответе, не исправляемых обучающимся. Демонстрация обучающимся недостаточно полных знаний по пройденной программе.

Оценка «2» - незнание материала пройденной темы. При ответе возникают серьезные ошибки.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДИСКУССИИ

Формируемые компетенции

ПК-1 – Способность формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

ПК-3 – Способность разрабатывать и реализовывать использование современных способов математики в условиях ИКТ.

Дискуссия — обсуждение спорного вопроса, проблемы; разновидность спора, направленного на достижение истины и использующего только корректные приёмы ведения спора.

1. Числовые множества (Область рациональных чисел: упорядочение, сложение и вычитание, умножение и деление.)
2. Ограниченность сходящейся последовательности.
3. Критерий Коши сходимости последовательности. Частичные последовательности. Верхний и нижние пределы последовательностей
4. Понятия обратной функции. Обратные тригонометрические функции.

5. Критерий Больцано-Коши Существования предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Классификация бесконечно малых.
6. Классификация точки разрыва функции
 7. Понятия равномерной непрерывности. Теорема Кантора.
 8. Правила дифференцирования функции; таблица основных элементарных функций.
9. Связь между дифференцируемостью и существования производной.
10. Теоремы Ферма и Роля.
11. Раскрытие неопределенности по правилу Лопиталья.
12. Вывод формулы Тейлора.
13. Исследование поведения функции с помощью производной. Признак монотонности функция.
14. Второе достаточное условия существования экстремума функций. Асимптоты.
15. Табличные интегралы. Непосредственное интегрирование. Интегрирование некоторых трансцендентных функций. Понятие об эллиптическом интеграле.
16. Разбиение промежутка, его свойства. Определения интеграла Римана, интегрируемой функции.
17. Свойства определенного интеграла, связанные с алгебраическими операциями и порядком.
18. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Определенный интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость.
20. Несобственный интеграл Римана от функции заданной на полуось и на всю числовую ось.
21. Интегрирование рациональных выражений: простые дроби и их интегрирования
22. Интегрирование дифференциального бинома.
23. Критерий Коши – сходимости несобственного интеграла.

Критерии оценки дискуссии:

1. Оценка «отлично» выставляется студенту, если он активно принимал участие в дискуссии и отвечал на вопросы полным ответом с доказательством и решением безошибочно.
2. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он активно учувствовал в дискуссии, но у него были несущественные ошибки, которые он потом исправлял.
3. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии добровольно, а при вызывании к доске отвечал не в полной мере.
4. Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не учувствовал в дискуссии, а при вызывании к доске не мог ничего ответить.

ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (ЭКЗАМЕН)

ПК-1 – Способность формировать основы методики преподавания математики в пределах требований ФГОС в профессиональной деятельности

ПК-3 – Способность разрабатывать и реализовывать использование современных способов математики в условиях ИКТ.

1. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5-n)^2 + (5+n)^2}{(5-n)^2 - (5+n)^2}.$

2. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^2 - (2+n)^4}.$

3. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3 - (2-n)^3}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$

4. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-n)^2 - (1+n)^2}{(1+n)^2 - (2-n)^2}$.

5. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+n) - (2+n)^2}{(2+n)^2 - (1-n)^2}$.

6. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 - (n+2)^2}{(n-2)^3 - (n+2)^3}$.

7. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+3n)^3 - 27n^3}{(1+4n)^2 + 2n^2}$.

8. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-2n)^2}{(n-3)^3 - (n+3)^3}$.

9. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2+n)^3}{(n+2)^3 - (n+1)^3}$.

10. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n+5)^3}{(3-n)^3}$.

11. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt{3n^2} + \sqrt[4]{4n^8 + 1}}{(n + \sqrt{n}) \sqrt{7-n+n^2}}$.

12. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{2n^2+3}}{\sqrt[3]{n^3+3} + \sqrt[4]{n^5+2}}$.

13. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^3+3} - \sqrt{n+5}}{\sqrt[3]{n^3+2} - \sqrt{n-1}}$.

14. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+3} + 3n^3}{\sqrt[4]{n^{12}+2n+1} - n^2}$.

15. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n+2} - \sqrt[3]{125n^2+n}}{\sqrt[5]{n+n^2}}$.

16. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n} - \sqrt[3]{27n^6+n^4}}{(n + \sqrt[4]{n}) \sqrt{4+n^2}}$.

17. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[1]{n^2+2}}{\sqrt[4]{n^4+1} - \sqrt[3]{n^2-1}}$.

18. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5+3} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} - \sqrt{n-2}}$.

19. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 - \sqrt{n^3+2}}{\sqrt{4n^6+3} - n}$.

20. Вычислить предел: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5} + n}$.

21. Найти производную функции $f(x)$ в точке $x=0$:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1 + \ln\left(1 + x^2 \sin \frac{1}{x}\right)} - 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

22. Найти производную функции $f(x)$ в точке $x=0$:

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(e^{x^2 \sin(5/x)}\right) - 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

23. Найти производную функции $f(x)$ в точке $x=0$:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \cos \frac{4}{3x} + 3x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

24. Найти производную функции $f(x)$ в точке $x=0$:

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(x - x^2 \sin \frac{1}{3x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

25. Найти производную функции $f(x)$ в точке $x=0$:

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 \cos \frac{5}{x} + 2x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

26. Найти производную заданной функции $y = 2^{\sqrt{\operatorname{tg} x}}$.

27. Найти производную заданной функции $y = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$.

28. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой a :

$$y = x - x^2, \quad a = 1.$$

29. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой a :

$$y = x^2 + x + 1, \quad a = -1.$$

30. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой a :

$$y = x^3 + x, \quad a = 1.$$

31. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой a :

$$y = \sqrt{x} - 2, \quad a = 4.$$

32. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой a :

$$y = x^2 + \sqrt{x^3}, \quad a = 1.$$

33. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой a :

$$y = \sqrt[3]{x^2} - 9, \quad a = -27.$$

34. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с

абсциссой a : $y = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}, \quad a = 9.$

35. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой a :

$$y = 32\sqrt[4]{x} - x, \quad a = 16.$$

36. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой a :

$$y = x^2 - x - 1, \quad a = 1.$$

37. С помощью логарифмирования найти производную следующей функции $y = x^{\sin x}$

38. С помощью логарифмирования найти производную следующей функции $y = (\cos x)^{\arctg x}$

39. С помощью логарифмирования найти производную следующей функции $y = (1 - x^2)^{\arccos x}$

40. С помощью логарифмирования найти производную следующей функции $y = (\operatorname{ctg} x)^{x^3}$

41. С помощью логарифмирования найти производную следующей функции $y = \sqrt[3]{\operatorname{arctg} x}$

42. Найти производную неявной функции $x^3 y^2 + 5xy + 4 = 0$

43. Найти дифференциал функции $y = \ln \operatorname{arctg}(\sin x)$

44. Найти дифференциал функции $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$

45. Найти дифференциал функции $y = (\arcsin x)^5$

46. Найти дифференциал функции $y = x^3 \ln x$

47. Найти дифференциал функции $y = \operatorname{ctg}^5(x^3 + x^2)$

48. Найти дифференциал функции $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}}$

49. Найти дифференциал функции $y = \sqrt[3]{(2 + \cos x)^2}$

50. Найти дифференциал функции $y = \arccos(2^x)$

Критерии оценки заданий

«отлично» - более 90 баллов;

«хорошо» - более 75 баллов;

«удовлетворительно» - менее 70 баллов;

«неудовлетворительно» - менее 50 баллов.

Разработчик: д.ф.-м.н., профессор Курбанов И.К.

«*И.К.*» *И.К. Курбанов* 2023г.