

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ
ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»
«28» августа 2024 г.
Заведующий кафедрой
математики и физики



Гулбоев Б.Дж.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Особые вопросы качественной теории дифференциальных уравнений»
Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»
Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»
Форма подготовки - очная
Уровень подготовки - магистратура

Душанбе – 2024

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине «Особые вопросы качественной теории дифференциальных уравнений»

№ п/п	Контролируемые разделы, темы*	Формируемые компетенции*	Индикаторы достижения компетенции*	Оценочные средства*	
				Количество тестовых заданий/вопросов к экзамену/зачету /зачету (с оценкой)	Другие оценочные средства
					Вид
1.	Автономные уравнения. Интегральные кривые, фазовый портрет. Автономные системы на плоскости.	ПК-1	ИПК-1.1. Знает современные проблемы математики; современное состояние исследуемой проблемы; методы проведения исследований в области математики	11	Перечень вопросов для устного опроса
2.	Простые и непростые канонические системы	ПК-1	ИПК-1.2. Умеет видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения.	11	Перечень вопросов для устного опроса
3.	Нелинейные системы на плоскости	ПК-1	ИПК-1.3. Владеет - способностью к интенсивной научно-исследовательской работе; адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы.	11	Перечень вопросов для устного опроса
4.	Устойчивость по Ляпунову. Метод функций Ляпунова. Критерий Раусса Гурвица	ПК-1	ИПК-1.1. Знает современные проблемы математики; современное состояние исследуемой проблемы; методы	11	Перечень вопросов для устного опроса

			проведения исследований в области математики		
Всего:				44	

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ УСТНОГО ОПРОСА

по дисциплине «Особые вопросы качественной теории дифференциальных уравнений»

1. Введение: решение обыкновенного дифференциального уравнения
2. Геометрическая интерпретация и качественная эквивалентность
3. Фазовые портреты для канонических систем на плоскости
4. Классификация простых линейных фазовых портретов на плоскости
5. Оператор эволюции
6. Непростые неподвижные точки. Их устойчивость
7. Обыкновенные точки и глобальное поведение
8. Теория устойчивости
9. Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения
10. Метод функций Ляпунова

Критерии оценки:

оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «**не зачтено**»

Решение неверное или отсутствует

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА

по дисциплине «Особые вопросы качественной теории дифференциальных уравнений»

1.

Какое из следующих уравнений является автономным?

- A) $\frac{dx}{dt} = x + t$
- B) $\frac{dx}{dt} = x^2 - 1$
- C) $\frac{dx}{dt} = \sin(t) \cdot x$
- D) $\frac{dx}{dt} = e^t + x$

2.

Какое свойство характерно для автономных уравнений?

- A) Они зависят от времени.
- B) Их решения зависят от начального условия.
- C) Они не зависят от времени.
- D) Их решения всегда являются периодическими.

3.

Какой из следующих методов не применяется для анализа автономных уравнений?

- A) Метод фазового портрета.
- B) Метод интегрирования по частям.
- C) Метод Ляпунова.
- D) Метод устойчивости.

4.

Интегральные кривые.

Что такое интегральная кривая в контексте дифференциальных уравнений?

- A) Это решение уравнения, зависящее от времени.
- B) Это график функции, описывающей изменение переменной во времени.
- C) Это кривая, по которой движется система.
- D) Это кривая, соединяющая точки равновесия.

5.

Какое из следующих утверждений о интегральных кривых верно?

- A) Все интегральные кривые являются прямыми линиями.
- B) Интегральные кривые могут пересекаться.
- C) Каждая интегральная кривая соответствует уникальному начальному условию.
- D) Интегральные кривые всегда замкнуты.

6.

Какое свойство имеют интегральные кривые в автономных системах?

- A) Они пересекаются в точках равновесия.
- B) Они являются периодическими.
- C) Они не могут пересекаться.
- D) Они всегда имеют одинаковую длину.

7.

Что такое фазовый портрет системы дифференциальных уравнений?

- A) Это график решений уравнений во времени.
- B) Это графическое представление всех возможных интегральных кривых.
- C) Это кривая, показывающая только устойчивые состояния.
- D) Это диаграмма, показывающая изменение параметров системы.

8.

Какое свойство фазового портрета позволяет определить устойчивость точки равновесия?

- A) Наличие периодических траекторий.
- B) Направление стрелок на портрете.
- C) Количество пересечений с осями.
- D) Положение точек равновесия.

9.

Что из следующего не является частью фазового портрета?

- A) Точки равновесия.
- B) Интегральные кривые.
- C) Уравнения системы.
- D) Направление векторов.

10.

Какое из следующих утверждений верно для автономных систем на плоскости?

- A) Они всегда имеют одно решение.
- B) Их решения зависят от времени.
- C) Они могут иметь несколько точек равновесия.
- D) Все решения являются периодическими.

11.

Какое свойство характерно для автономных систем на плоскости?

- A) Они всегда линейные.
- B) Их поведение не зависит от начального времени.
- C) Они всегда имеют уникальное решение.
- D) Их решения всегда стремятся к бесконечности.

12.

Что из следующего верно для устойчивости точек равновесия автономной системы на плоскости?

- A) Устойчивость определяется только по координатам.
- B) Устойчивость может быть определена с помощью фазового портрета.
- C) Устойчивость не зависит от линейных приближений.
- D) Все точки равновесия являются устойчивыми.

13.

Что такое простая каноническая система?

- A) Система с одним уравнением.
- B) Система, в которой все уравнения независимы.
- C) Система, в которой все уравнения зависят от времени.
- D) Система, где решения не могут быть выражены в явном виде.

14.

Какое из следующих утверждений верно для непростой канонической системы?

- A) Все переменные независимы.
- B) Система может быть приведена к простой форме.
- C) Все решения являются линейными.
- D) Система всегда имеет единственное решение.

15.

Какое из следующих свойств не относится к каноническим системам?

- A) Упрощение анализа устойчивости.
- B) Наличие независимых переменных.
- C) Возможность применения методов Ляпунова.
- D) Все системы имеют одинаковую структуру.

16.

Какое из следующих утверждений верно для нелинейных систем на плоскости?

- A) Все точки равновесия являются устойчивыми.
- B) Поведение системы может быть сложным и непредсказуемым.
- C) Нелинейные системы всегда имеют одно решение.
- D) Они могут быть решены только аналитически.

17.

Какое из следующих методов используется для анализа нелинейных систем?

- A) Метод интегрирования.
- B) Метод Ляпунова.
- C) Метод прямых линий.
- D) Метод подстановки.

18.

Что из следующего не является характеристикой нелинейных систем на плоскости?

- A) Возможность наличия нескольких точек равновесия.
- B) Периодические решения.
- C) Линейная зависимость уравнений.
- D) Чувствительность к начальным условиям.

19.

Какое из следующих утверждений верно для устойчивости по Ляпунову?

- A) Устойчивость определяется только по линейным уравнениям.
- B) Устойчивость может быть определена с помощью функции Ляпунова.
- C) Устойчивость всегда является абсолютной.
- D) Устойчивость не зависит от начальных условий.

20.

Какое свойство функции Ляпунова необходимо для определения устойчивости?

- A) Она должна быть линейной.
- B) Она должна быть положительно определенной.
- C) Она должна быть периодической.
- D) Она должна быть непрерывной.

21.

Что из следующего является критерием устойчивости по Ляпунову?

- A) Если функция Ляпунова убывает, то система устойчива.
- B) Если функция Ляпунова возрастает, то система устойчива.
- C) Если функция Ляпунова постоянна, то система устойчива.
- D) Если функция Ляпунова не определена, то система устойчива.

22.

Какое из следующих утверждений верно для метода функций Ляпунова?

- A) Он используется только для линейных систем.
- B) Он позволяет определить устойчивость нелинейных систем.
- C) Он требует наличия периодических решений.
- D) Он не может быть применен к автономным системам.

23.

Какой из следующих методов не связан с методом функций Ляпунова?

- A) Метод динамических систем.
- B) Метод устойчивости.
- C) Метод анализа фазового портрета.
- D) Метод интегрирования.

24.

Что определяет критерий Раусса Гурвица?

- A) Устойчивость линейных систем.
- B) Наличие периодических решений.
- C) Существование точек равновесия.
- D) Нелинейность системы.

25.

Какое из следующих утверждений верно для критерия Раусса Гурвица?

- A) Он применяется только к автономным системам.
- B) Он основан на анализе характеристического уравнения.
- C) Он требует наличия линейных уравнений.
- D) Он всегда дает уникальное решение.

26.

Какое из следующих условий не является частью критерия Раусса Гурвица?

- A) Все коэффициенты характеристического уравнения должны быть положительными.
- B) Все главные миноры матрицы должны быть положительными.
- C) Характеристическое уравнение должно быть квадратным.
- D) Уравнение должно быть линейным.

Критерии оценки:

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «**не зачтено**»

Решение неверное или отсутствует

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА И НА СООТВЕТСТВИЕ по дисциплине «Особые вопросы качественной теории дифференциальных уравнений»

Задания открытого типа:

1.

Опишите, что такое автономное уравнение и приведите пример. Укажите, в чем заключается отличие автономных уравнений от неавтономных.

2.

Что такое интегральная кривая для системы дифференциальных уравнений? Каково ее значение в теории динамических систем?

3.

Опишите, что такое фазовый портрет системы дифференциальных уравнений. Как он может помочь в анализе устойчивости системы?

4.

Что такое автономная система на плоскости и как она может быть представлена? Приведите пример.

5.

Объясните разницу между простыми и непростыми каноническими системами. Приведите примеры.

6.

Что такое нелинейная система на плоскости и каковы основные методы ее анализа?

7.

Определите понятие устойчивости системы по Ляпунову. Каковы основные критерии, позволяющие оценить устойчивость?

8.

Опишите метод функций Ляпунова и его применение для анализа устойчивости динамических систем.

9.

Объясните, что такое критерий Рауса Гурвица и как он используется для анализа устойчивости систем.

Задания на соответствие:

1.

Определение	Термин
1. Уравнение, не зависящее от времени	А. Автономное уравнение
2. Уравнение, в котором производная зависит от времени	В. Неавтономное уравнение
3. Решение, зависящее от начальных условий	С. Общее решение

2.

Определение	Термин
1. Кривые, которые являются графиками решений дифференциальных уравнений	A. Интегральные кривые
2. Кривые, полученные интегрированием векторных полей	B. Потокосые линии
3. Кривые, которые пересекают каждую точку пространства	C. Полные кривые

3.

Определение	Термин
1. Система, уравнения которой не зависят от времени	A. Автономная система
2. Система, в которой производные зависят от времени	B. Неавтономная система
3. Система, описывающая динамику в двумерном пространстве	C. Двумерная система

4.

Определение	Термин
1. Графическое представление всех возможных состояний системы	A. Фазовый портрет
2. Параметр, описывающий состояние системы в фазовом пространстве	B. Фазовое пространство
3. Кривые, показывающие направление движения в фазовом пространстве	C. Векторные поля

5.

Определение	Термин
1. Система, в которой все уравнения независимы	A. Простая каноническая система
2. Система с зависимыми уравнениями	B. Непростая каноническая система
3. Система, в которой можно выразить одно уравнение через другие	C. Линейная система

6.

Определение	Термин
1. Система, в которой хотя бы одно уравнение не является линейным	A. Нелинейная система
2. Система, все уравнения которой линейны	B. Линейная система
3. Система, описывающая сложные динамические процессы	C. Динамическая система
7.	

Определение	Термин
1. Свойство системы возвращаться в равновесное состояние после малых возмущений	A. Устойчивость
2. Состояние, при котором система не возвращается в равновесие	B. Неустойчивость
3. Метод, использующий функции для анализа устойчивости	C. Метод Ляпунова
8.	

Определение	Термин
1. Метод, основанный на построении специальной функции для анализа устойчивости системы	A. Метод функций Ляпунова
2. Метод, использующий линейные уравнения для анализа динамики	B. Линейный метод
3. Метод, основанный на численных расчетах	C. Численный метод
9.	

Определение	Термин
1. Критерий, позволяющий определить устойчивость линейной системы	A. Критерий Раусса-Гурвица
2. Метод, основанный на анализе корней характеристического многочлена	B. Характеристический критерий
3. Метод, использующий графическое представление для анализа устойчивости	C. Графический метод

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «не зачтено»

Решение неверное или отсутствует

Составитель:  Курбаншоев С.З.