

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ
ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Методы оптимизации»
Направление подготовки - 01.03.01 «Математика»
Форма подготовки - очная
Уровень подготовки - бакалавриат

Душанбе – 2023

**ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине (модулю) Методы оптимизации

№ п/п	Контролируемые разделы, темы, модули	Формируемые компетенции	Оценочные средства		
			Кол-во тестовых заданий	Другие оценочные средства	
				Вид	Кол-во
1.	Общая постановка задачи оптимизации и основные положения	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	22	Перечень вопросов для коллоквиума, разно уровневые задачи	1 2
2.	Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	19	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2
3.	Необходимые и достаточные условия условного экстремума: постановка задачи и основные определения	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	15	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2
4.	Условный экстремум при ограничениях типа равенств. Необходимые условия экстремума первого порядка. Необходимые условия экстремума второго порядка. Достаточные условия экстремума	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	21	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2
5.	Условный экстремум при ограничениях типа неравенств	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	15	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2
6.	Условный экстремум при смешанных ограничениях	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	20	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2
7.	Методы решения задач линейного программирования. Симплекс-метод Данцига: решение канонической задачи	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	11	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2
8.	Методы решения задач линейного программирования. Симплекс-метод Данцига: решение основной задачи	ОПК-1 ПК-3 ПК-4 ПК-5	8	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2

9.	Двухфазный симплекс-метод	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	9	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2
10.	Метод решения задач линейного целочисленного программирования. Метод ветвей и границ	ОПК-1 ОПК-3 ПК-4 ПК-5	10	Перечень вопросов для коллоквиума, Разно уровневые задачи	1 2
Всего:			150		30

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

по дисциплине (модулю) «Методы оптимизации»

Формируемые компетенции

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-3 - Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики

ПК-4 - Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

ПК-5 - Способен организовать исследования в области математики

Коллоквиум – форма учебного занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний.

Коллоквиум представляет собой мини-экзамен, проводимый с целью проверки и оценки знаний студентов после изучения большой темы или раздела в форме опроса или опроса с билетами.

1. Основные понятия и определения оптимизации
2. Построение линий уровней
3. Определение безусловного экстремума целевой функции
4. Определение условного экстремума целевой функции при ограничениях типа равенств
5. Определение условного экстремума целевой функции при смешанных ограничениях
6. Определение экстремума функции симплекс-методом
7. Методы решения задач линейного программирования. Симплекс-метод Данцига: решение канонической задачи
8. Методы решения задач линейного программирования. Симплекс-метод Данцига: решение основной задачи
9. Двухфазный симплекс-метод
10. Метод решения задач линейного целочисленного программирования. Метод ветвей и границ

Критерии оценки:

- оценка «**отлично**» выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка «**хорошо**», если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка «**удовлетворительно**», если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка «**неудовлетворительно**», если

студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «**не зачтено**»

Решение неверное или отсутствует

РАЗНОУРОВНЕВЫЕ ЗАДАЧИ

по дисциплине (модулю) «Методы оптимизации»

Формируемые компетенции

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-3 - Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики

ПК-4 - Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

ПК-5 - Способен организовать исследования в области математики

1. Найти градиент функции $\nabla f(x): f(x) = 2x_1 + 3x_2$
2. Найти градиент функции $\nabla f(x): f(x) = 4x_1 - 5x_2$. Определить, сколько значимых верных цифр находится в числе.
3. Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (2, 2): f(x) = 3x_1^3 + x_2^2$
4. Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (1, 1): f(x) = x_1^2 + 3x_1x_2 + x_2^2$
5. Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = 4x_1^2 + 5x_1x_2 + 3x_2^2$
6. Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = 2x_1^2 - 3x_1x_2 + x_2^2$
7. Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + x_1^2x_2^2 + x_2^2$ в точке $x^* = (1, 1)$
8. Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + x_1^2x_2^2 + x_2^2$ в точке $x^* = (1, 2)$
9. Даны матрицы Гессе. Определить среди них положительно определенную матрицу

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 14 & 3 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -12 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 14 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix};$$

10. Даны матрицы Гессе. Определить среди них положительно определенную матрицу

$$\begin{bmatrix} -8 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 7 & 25 \\ 25 & 12 \end{bmatrix};$$

11. Даны матрицы Гессе. Определить среди них отрицательно определенную матрицу

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -7 & 10 \\ 10 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -9 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 12 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix};$$

12. Даны матрицы Гессе. Определить среди них отрицательно определенную матрицу

$$\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -8 & 5 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix};$$

13. Найдите стационарную точку $x_{(1)} = (x_1; x_2)$ функции $f(x) = 3x_1x_2 + 2x_1^2 - x_2 + 9$.
14. Найдите стационарную точку $x_{(1)} = (x_1; x_2)$ функции $f(x) = x_1x_2 - 7x_1^2 - 15x_2 - 25$.
15. Найти градиент классической функции Лагранжа $L(x, \lambda) = 2x_1 + 3x_2 + \lambda(5x_1 + 2x_2^2)$
16. Найти градиент классической функции Лагранжа $L(x, \lambda) = 2x_1^3 + x_2 + \lambda(5x_1 + 2x_2^2)$
17. Найти второй дифференциал классической функции Лагранжа $L(x, \lambda) = 6x_1 + x_2 + \lambda(2x_1 + 5x_2^2)$
18. Найти второй дифференциал классической функции Лагранжа $L(x, \lambda) = x_1^2 - 3x_2 + \lambda(3x_1 - 4x_2)$
19. Дана задача нахождения условного экстремума функции $f(x) = 2x_1 + 5x_2^2$ на множестве $X = \{x : 4x_1 + 5x_2 - 6 = 0\}$. Найти первый дифференциал ограничения.
20. Дана задача нахождения условного экстремума функции $f(x) = x_1 + x_2^2$ на множестве $X = \{x : x_1^2 + x_2^2 + 10 = 0\}$. Найти первый дифференциал ограничения.

Критерии оценки:

- оценка «**отлично**» выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка «**хорошо**», если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка «**удовлетворительно**», если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка «**неудовлетворительно**», если

студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «**не зачтено**»

Решение неверное или отсутствует

Тестовые задания

Формируемые компетенции

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-3 - Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики

ПК-4 - Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности

ПК-5 - Способен организовать исследования в области математики

@1.

Найти градиент функции $\nabla f(x): f(x) = 2x_1 + 3x_2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix};$$

@2.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = 4x_1 - 5x_2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

@3.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = 10x_1 + 6x_2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -6 \\ 10 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix};$$

@4.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = 12x_1 - x_2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 12 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 12 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

@5.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = x_1 - 6x_2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix};$$

@6.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = 5x_1^2 - x_2^2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10x_1 \\ -2x_2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1 \\ 5x_2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 5x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10x_1 \\ x_2 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1 \\ -2x_2 \end{pmatrix};$$

@7.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = x_1^2 + 4x_2^2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 8x_1 \\ -2x_2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ 8x_2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10x_1 \\ 8x_2 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1 \\ -2x_2 \end{pmatrix};$$

@8.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = x_1^3 + x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ 3x_2^2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ 8x_2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3x_1^2 \\ 3x_2^2 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10x_1 \\ 8x_2 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{pmatrix};$$

@9.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = 2x_1^3 - 3x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 6x_1^2 \\ 3x_2^2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ 3x_2^2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3x_1^2 \\ -3x_2^2 \end{pmatrix}; \quad \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 6x_1^2 \\ -9x_2^2 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \end{pmatrix};$$

@10.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$: $f(x) = 4x_1^3 - 2x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ 12x_2^2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ -6x_2^2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ -3x_2^2 \end{pmatrix}; \quad \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 6x_1^2 \\ -9x_2^2 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 12x_1^2 \\ -6x_2^2 \end{pmatrix};$$

@11.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (1,1)$: $f(x) = x_1^3 - 2x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix};$$

@12.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (2,2)$: $f(x) = x_1^3 - 2x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 12 \\ -24 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 14 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix};$$

@13.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (1,1)$: $f(x) = 3x_1^3 + x_2^2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix};$$

@14.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (2, 2)$: $f(x) = 3x_1^3 + x_2^2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 32 \\ 4 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 15 \\ 9 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 24 \\ 5 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 36 \\ 4 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix};$$

@15.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (1, 1)$: $f(x) = x_1^2 + 3x_1x_2 + x_2^2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix};$$

@16.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (2, 2)$: $f(x) = x_1^2 + 3x_1x_2 + x_2^2$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix};$$

@17.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (1, 1)$: $f(x) = 2x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix};$$

@18.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (1, 2)$: $f(x) = 2x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -12 \\ -4 \end{pmatrix}; \quad \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 11 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix};$$

@19.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (2, 1)$: $f(x) = 2x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -12 \\ -4 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 4 \\ -13 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix};$$

@20.

Найти градиент функции $\nabla f(x)$ в точке $x^* = (0,1)$: $f(x) = 2x_1^2 - 4x_1x_2^2 + x_2^3$

$$\text{\$A)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} 4 \\ -13 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \nabla f(x) = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix};$$

@21.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = 4x_1^2 + 5x_1x_2 + 3x_2^2$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix};$$

@22.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = 2x_1^2 - 3x_1x_2 + x_2^2$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix};$$

@23.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = 3x_1^3 + x_1x_2^2 + x_2$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} x_1 & 2x_2 \\ 2x_2 & 2x_1 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 18x_1 & 10x_2 \\ 10x_2 & 12x_1 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 18x_1 & 2x_2 \\ 2x_2 & 2x_1 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 6x_1 & 2x_2 \\ 2x_2 & 4x_1 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$E)} \begin{pmatrix} 8x_1 & -2x_2 \\ -2x_2 & -2x_1 \end{pmatrix};$$

@24.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^3 + 6x_1^3x_2^2 + 6x_2$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 36x_1x_2^2 & 36x_1^2x_2 \\ 36x_1^2x_2 & 12x_1^3 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 6x_1 + 36x_1x_2^2 & 36x_1^2x_2 \\ 36x_1^2x_2 & x_1^3 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 6x_1 + 36x_1x_2^2 & x_1^2x_2 \\ x_1^2x_2 & 12x_1^3 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$D)} \begin{pmatrix} 6x_1 + 36x_1x_2^2 & 36x_1^2x_2 \\ 36x_1^2x_2 & 12x_1^3 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 6x_1 + x_1x_2^2 & 36x_1^2x_2 \\ 36x_1^2x_2 & x_1^3 \end{pmatrix};$$

@25.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = 5x_1^3 - 4x_1^2x_2^2 + x_2$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} -8x_2^2 & -16x_1x_2 \\ -16x_1x_2 & -8x_1^2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 30x_1 - 8x_2^2 & -16x_1x_2 \\ -16x_1x_2 & x_1^2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 30x_1 - 8x_2^2 & x_1x_2 \\ x_1x_2 & -8x_1^2 \end{pmatrix};$$

$$\text{\$D)} \begin{pmatrix} 30x_1 & 16x_1x_2 \\ 16x_1x_2 & -8x_1^2 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 30x_1 - 8x_2^2 & -16x_1x_2 \\ -16x_1x_2 & -8x_1^2 \end{pmatrix};$$

@26.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 - 4x_1^2x_2^3 + 6x_2^3$

$$\begin{aligned} & \$A) \begin{pmatrix} 2 - 8x_2^3 & -24x_1x_2^2 \\ -24x_1x_2^2 & -24x_1^2x_2 + 36x_2 \end{pmatrix}; \$B) \begin{pmatrix} 8x_2^3 & -24x_1x_2^2 \\ -24x_1x_2^2 & -24x_1^2x_2 \end{pmatrix}; \$C) \\ & \begin{pmatrix} 2 - 8x_2^3 & x_1x_2^2 \\ x_1x_2^2 & -24x_1^2x_2 + 20 \end{pmatrix}; \$D) \begin{pmatrix} 2 & -24x_1x_2^2 \\ -24x_1x_2^2 & 18 \end{pmatrix}; \$E) \begin{pmatrix} 8x_2^3 & x_1x_2^2 \\ x_1x_2^2 & -24x_1^2x_2 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

@27.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + 5x_1^2x_2^2 + x_2^3$

$$\begin{aligned} & \$A) \begin{pmatrix} 10x_2^2 & 20x_1x_2 \\ 20x_1x_2 & 10x_1^2 \end{pmatrix}; \$B) \begin{pmatrix} 2 + 10x_2^2 & 20x_1x_2 \\ 20x_1x_2 & 10x_1^2 + 6x_2 \end{pmatrix}; \\ & \$C) \begin{pmatrix} 2 + 10x_2^2 & x_1x_2 \\ x_1x_2 & 10x_1^2 + 6x_2 \end{pmatrix}; \$D) \begin{pmatrix} 2 & 20x_1x_2 \\ 20x_1x_2 & 6x_2 \end{pmatrix}; \$E) \begin{pmatrix} 10x_2^2 & x_1x_2 \\ x_1x_2 & x_1^2 + x_2 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

@_____.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = 3x_1^2 - 4x_1x_2^2 - 5x_2^2$

$$\begin{aligned} & \$A) \begin{pmatrix} 6 & 8x_2 \\ 8x_2 & -8x_1 + 10 \end{pmatrix}; \$B) \begin{pmatrix} 4 & -8x_2 \\ -8x_2 & x_1 \end{pmatrix}; \$C) \begin{pmatrix} 6 & -8x_2 \\ -8x_2 & -8x_1 - 10 \end{pmatrix}; \\ & \$D) \begin{pmatrix} 6 & x_2 \\ x_2 & -8x_1 \end{pmatrix}; \$E) \begin{pmatrix} 8 & -8x_2 \\ -8x_2 & -6x_1 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

@29.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 - 2x_1x_2^2 - 3x_2^2$

$$\begin{aligned} & \$A) \begin{pmatrix} 2 & x_2 \\ x_2 & -4x_1 - 6 \end{pmatrix}; \$B) \begin{pmatrix} 1 & -4x_2 \\ -4x_2 & x_1 - 6 \end{pmatrix}; \$C) \begin{pmatrix} 2 & -4x_2 \\ -4x_2 & x_1 \end{pmatrix}; \\ & \$D) \begin{pmatrix} 2 & -4x_2 \\ -4x_2 & -4x_1 - 6 \end{pmatrix}; \$E) \begin{pmatrix} 2 & x_2 \\ x_2 & x_1 + 6 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

@30.

Найти матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + 5x_1x_2^2 + 6x_2^2$

$$\begin{aligned} & \$A) \begin{pmatrix} 2 & x_2 \\ x_2 & 10x_1 + 12 \end{pmatrix}; \$B) \begin{pmatrix} 2 & 10x_2 \\ 10x_2 & x_1 + 1 \end{pmatrix}; \$C) \begin{pmatrix} 1 & 10x_2 \\ 10x_2 & 10x_1 \end{pmatrix}; \\ & \$D) \begin{pmatrix} 2 & 10x_2 \\ 10x_2 & 12 \end{pmatrix}; \$E) \begin{pmatrix} 2 & 10x_2 \\ 10x_2 & 10x_1 + 12 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

@31.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + x_1^2x_2^2 + x_2^2$ в точке $x^* = (1, 1)$

$$\begin{aligned} & \$A) \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}; \$B) \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \$C) \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}; \$D) \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}; \$E) \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

@32.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + x_1^2x_2^2 + x_2^2$ в точке $x^* = (1, 2)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -5 & 2 \end{pmatrix};$$

@33.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + x_1^2 x_2^2 + x_2^2$ в точке $x^* = (2, 1)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -5 & 2 \end{pmatrix};$$

@34.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + x_1^2 x_2^2 + x_2^2$ в точке $x^* = (0, 0)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -5 & 2 \end{pmatrix};$$

@35.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = x_1^2 + x_1^2 x_2^2 + x_2^2$ в точке $x^* = (1, 0)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix};$$

@36.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = 2x_1^2 + 3x_1^2 x_2^2 + 4x_2^2$ в точке $x^* = (1, 1)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 14 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix};$$

@37.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = 2x_1^2 + 3x_1^2 x_2^2 + 4x_2^2$ в точке $x^* = (2, 2)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 14 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 28 & 48 \\ 48 & 32 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 20 & 48 \\ 48 & 30 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix};$$

@38.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = 2x_1^2 + 3x_1^2 x_2^2 + 4x_2^2$ в точке $x^* = (1, 2)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 14 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 28 & 48 \\ 48 & 32 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 28 & 24 \\ 24 & 14 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 20 & 48 \\ 48 & 30 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix};$$

@39.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = 2x_1^2 + 3x_1^2 x_2^2 + 4x_2^2$ в точке $x^* = (2, 1)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 14 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 28 & 48 \\ 48 & 32 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 28 & 24 \\ 24 & 14 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 10 & 24 \\ 24 & 32 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix};$$

@40.

Составить матрицу Гессе для функции $f(x) = 2x_1^2 + 3x_1^2 x_2^2 + 4x_2^2$ в точке $x^* = (0, 1)$

$$\text{\$A)} \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 14 \end{pmatrix}; \text{\$B)} \begin{pmatrix} 28 & 48 \\ 48 & 32 \end{pmatrix}; \text{\$C)} \begin{pmatrix} 28 & 24 \\ 24 & 14 \end{pmatrix}; \text{\$D)} \begin{pmatrix} 10 & 24 \\ 24 & 32 \end{pmatrix}; \text{\$E)} \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix};$$

@41.

Даны матрицы Гессе. Определить среди них положительно определенную матрицу

$$\text{\$A)} \begin{bmatrix} 30 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}; \text{\$B)} \begin{bmatrix} -25 & 6 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}; \text{\$C)} \begin{bmatrix} 12 & 15 \\ 15 & 1 \end{bmatrix}; \text{\$D)} \begin{bmatrix} -13 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}; \text{\$E)} \begin{bmatrix} -30 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix};$$

@42.

Даны матрицы Гессе. Определить среди них положительно определенную матрицу

$$\$A) \begin{bmatrix} -16 & 5 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}; \$B) \begin{bmatrix} 32 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}; \$C) \begin{bmatrix} 12 & 15 \\ 15 & 1 \end{bmatrix}; \$D) \begin{bmatrix} -13 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}; \$E) \begin{bmatrix} -30 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix};$$

@43.

Даны матрицы Гессе. Определить среди них положительно определенную матрицу

$$\$A) \begin{bmatrix} 14 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}; \$B) \begin{bmatrix} -14 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}; \$C) \begin{bmatrix} 14 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}; \$D) \begin{bmatrix} 25 & 15 \\ 15 & 2 \end{bmatrix}; \$E) \begin{bmatrix} 14 & 20 \\ 20 & 2 \end{bmatrix};$$

@148.

Даны матрицы Гессе. Определить среди них положительно определенную матрицу

$$\$A) \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}; \$B) \begin{bmatrix} -17 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; \$C) \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}; \$D) \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}; \$E) \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix};$$

@149.

Даны матрицы Гессе. Определить среди них положительно определенную матрицу

$$\$A) \begin{bmatrix} -8 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}; \$B) \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}; \$C) \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}; \$D) \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}; \$E) \begin{bmatrix} 7 & 25 \\ 25 & 12 \end{bmatrix};$$

@150.

Даны матрицы Гессе. Определить среди них положительно определенную матрицу

$$\$A) \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}; \$B) \begin{bmatrix} 14 & 3 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}; \$C) \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}; \$D) \begin{bmatrix} -12 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}; \$E) \begin{bmatrix} 14 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix};$$

Итоговая система оценок по кредитно-рейтинговой системе с использованием буквенных символов

Оценка по буквенной системе	Количество соответствующих набранных баллов	Численное выражение оценочного балла	Оценка по традиционной системе
A	10	95-100	Отлично
A-	9	90-94	
B+	8	85-89	
B	7	80-84	Хорошо
B-	6	75-79	
C+	5	70-74	
C	4	65-69	Удовлетворительно
C-	3	60-64	
D+	2	55-59	
D	1	50-54	
Fx	0	45-49	Неудовлетворительно

Составитель Гулбоев Б.Дж.

« 28 » августа 2023 г.