

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ
ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»**



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Дифференциальная геометрия и топология»

Направление подготовки – 01.03.01 «Математика»

Профиль подготовки – «Общая математика»

Форма подготовки – очная

Уровень подготовки – бакалавриат

Душанбе – 2025

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования РФ №8 от 10.01.2018г.

При разработке рабочей программы учитываются

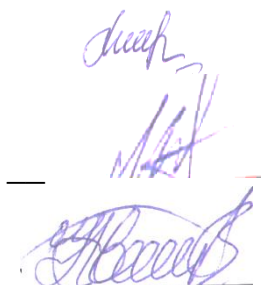
- требования работодателей, профессиональных стандартов по направлению;
- содержание программ дисциплин, изучаемых на предыдущих и последующих этапах обучения;
- новейшие достижения в данной предметной области.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математики и физики, протокол № 1 от «28» августа 2025 г.

Рабочая программа утверждена УМС естественнонаучного факультета, протокол № 1 от «28» августа 2025 г.

Рабочая программа утверждена Ученым советом естественнонаучного факультета, протокол № 1 от «29» августа 2025 г.

Заведующий кафедрой,
к.ф.-м.н., доцент
Зам. председателя УМС
факультета, ст. препод.



Гулбоев Б.Дж.

Мирзокаримов О.А.

Гайбов Д.С.

Разработчик, к.ф.-м.н.,
доцент

Разработчик от
организации, д.ф.-м.н.,
зам. директора
Института математики
им. А. Джураева НАН
Таджикистана



Каримов О.Х.

Расписание занятий дисциплины

Таблица 1

Ф.И.О. преподавателя	Аудиторные занятия		Приём СРС	Место работы преподавателя
	лекция	Практические занятия (КСР, лаб.)		
Гаибов Д.С.				РТСУ, второй корпус, 203 каб. кафедра математики и физики

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели изучения дисциплины

Основными целями изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» являются:

- используя векторную алгебру и анализ, методы локализации математического анализа (формула Тейлора, теорема о неявной функции) сводить с линией или поверхностью сопровождающий трехгранник или касательную плоскость и нормаль и с их помощью выделить основные числовые характеристики (кривизны) и дать классификацию точек поверхности;
- выяснить роль этих кривизн в восстановлении линий и поверхностей (теоремы о натуральных уравнениях);
- показать роль коэффициентов аффинной связности в реализации параллельного переноса касательных векторов поверхности и определении геодезических линий, что необходимо для понимания современных разделов физики (ОТО Эйнштейна).
- дать представление об основных понятиях общей топологии, необходимых при изучении дисциплины «Функциональный анализ», теории графов, и зависимостью этих понятий от выбора топологии (на примерах);
- показать способы задания гладкой структуры на многообразиях и задания дополнительных структур (тензорные поля, интегрирование, аффинная и риманова связности).

1.2. Задачи изучения дисциплины:

Дифференциальная геометрия и топология имеет своей задачей изучение свойств геометрических объектов при помощи аналитического метода. В основе этого метода лежит метод координат, впервые систематически примененный Р. Декартом и призванный решать следующие конкретные задачи:

- изучение и овладение методом координат при рассмотрении геометрических образов, представляемых линейными и билинейными алгебраическими формами;
- изучение методов и приемов решения геометрических задач;
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;

- овладение студентами знаний и навыков по применению аналитической геометрии в различных разделах математики при экспериментальном и теоретическом исследовании математических явлений;

1.3. Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные/ профессиональные компетенции.

Таблица 2

Коды компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Вид оценочного средства
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук; ИОПК-1.2. Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности; ИОПК -1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования математических и их компонент.	Разно уровневые задачи Решение задач тест
ОПК-2	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	ИОПК -2.1 Умение применять известные математические методы решения поставленных задач, адаптировать и модифицировать их для конкретных ситуаций с учетом особенностей применения в естествознании, технике, экономике, и управлении; ИОПК -2.2. Способствовать разрабатывать новые методы решения с ориентацией на повышение эффективности и качества принимаемых решений; ИОПК -2.3. Владеть созданием математические модели, выбирать методы для их расчёта, оценивать вычислительную сложность.	Разно уровневые задачи Решение задач тест
ПК-4	Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности	ИПК -4.1. Анализирует предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждает его правильность или находит ошибки и анализирует причины их возникновения; помогает обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказание помощи в улучшении рассуждения; ИПК -4.2 Формирует способности к логическому рассуждению и коммуникации, установки на	Разно уровневые задачи Решение задач

		использование этой способности, на ее ценность; ИПК -4.3 Формирует у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи.	тест
ПК-5	Способен организовать исследования в области математики	ИПК -5.1 Организует самостоятельную деятельность обучающихся, в том числе исследовательскую; ИПК -5.2 Развивает инициативы обучающихся по использованию математики и научной исследование; ИПК -5.3 Владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	Разно уровневые задачи Решение задач тест

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина является обязательной для математического образования студента. Она требует школьных знаний и знаний основных фактов алгебры и геометрии, которые ведутся параллельно этой дисциплине. Дисциплина необходима для всех других математических дисциплин. Она является базовой дисциплиной (Б1.О.18), изучается на 4 и 5 семестре.

При освоении данной дисциплины необходимы умения и готовность («входные» знания) обучающегося по дисциплинам 2-3, указанных в Таблице 2. Дисциплины 1 и 4 относятся к группе «входных» знаний, вместе с тем определенная их часть изучается параллельно с данной дисциплиной («входные-параллельные» знания). Теоретическими дисциплинами и практиками, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее являются 5.

Таблица 3

№	Название дисциплины	Семестр	Место дисциплины в структуре ОПОП
1.	Математический анализ	1-4	Б1.В.11
2.	Высшая алгебра	1-3	Б1.О.15
3.	Аналитическая геометрия	1-2	Б1.О.14
4.	Дифференциальные уравнения	3-4	Б1.О.16
5.	Основания геометрии	6	Б1.В.ДВ.01.02

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, КРИТЕРИИ НАЧИСЛЕНИЯ БАЛЛОВ

Объем дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» (4 семестр) составляет:

4 семестр: 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых: лекции – 14 часов, практические занятия – 8 часов, КСР – 6 часов, самостоятельная работа – 44 часа, всего часов аудиторной нагрузки – 28 часов. Форма контроля – зачет.

5 семестр: 4 зачетные единицы, всего 144 часа, из которых: лекции – 32 часов, практические занятия – 16 часов, КСР – 16 часов, самостоятельная работа – 26 часов, конт. – 54 часа, всего часов аудиторной нагрузки – 64 часов. Форма контроля – экзамен.

3.1. Структура и содержание теоретической части курса

IV семестр

Тема 1. Дифференциальная геометрия кривых

1.1. Элементарные кривые на плоскости и в пространстве. Способы их задания. Вектор-функции одной переменной. – (2 часа)

(Элементарные кривые на плоскости рассматриваются как отображение. Элементарные кривые задаются параметрически. Вектор-функция – это функция со значениями во множество векторов)

1.2. Касательная кривой. Длина кривой. – (2 часа) (касательная кривая определяется параметрически и связана с касательным вектором. Длина кривой определяется как интеграл от дифференциала дуги)

1.3. Кривизна кривой. Соприкасающаяся плоскость. Кручение кривой. Формулы Френе. – (2 часа)

(Кривизна кривой определяет степень искривленности кривой. Единичные векторы всегда лежат в соприкасающейся плоскости кривой. Кручение есть предел отношения угла поворота бинормали к длине дуги. Формулы Френе дают зависимость между единичными векторами t , n и кривизной k .)

Тема 2. Дифференциальная геометрия поверхностей

2.1. Элементарные поверхности в евклидовом пространстве. Способы их задания. Вектор-функции двух переменных. – (2 часа)

(Элементарные поверхности в евклидовом пространстве определяются как фигуры-множества точек. они задаются параметрически.)

2.3. Касательная плоскость поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. – (2 часа)

(В касательной плоскости лежат все прямые, касающиеся этой поверхности. первая квадратная форма поверхности даст возможность говорить о длине кривой, когда не задан точный вид поверхности).

2.5. Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма. – 2 часа)

(Кривизна кривой на поверхности определяется отношением второй квадратной формы на косинус угла между нормалью и главной нормалью.

Удобно считать вторую квадратичную форму функцией определенной на множестве касательных векторов или просто на касательной плоскости).

2.7. Главные кривизны и формула Эйлера. – (2 часа)

(Формула Эйлера дает соотношение между нормалью кривизны и главной кривизны с синусом и косинусом угла между касательной прямой и касательной абсцисс).

Итого 14 ч

V семестр

1. Метрика в множестве – 4 часа

(Метрические, нормированные и гильбертовы пространства. Примеры метрических пространств. Множества в метрических пространствах. Сходимость и полнота. Компактность.)

2. Подпространства топологического пространства – 4 часа

(Топологические пространства. Подпространства. Метрические пространства. Шаровая окрестность. Открытость шаровой окрестности. Евклидово пространство)

3. Гомеоморфизмы – 4 часа

(Определение гомеоморфизмов. Примеры гомеоморфных и негомеоморфных пространств. Топологическое пространство. Линейно связное пространство.)

4. Связность – 4 часа

(Компоненты связности. Определения. Ряд примеров. Вполне несвязные пространства.)

5. Хаусдорфовость – 4 часа

(Хаусдорфово пространство, свойства Хаусдорфова пространства. Примеры и контрпримеры.)

1. Многообразия – 4 часа

(Определения. Особенности определения. Гладкие многообразия. Примеры. Типы многообразий. Классификация многообразий. Дополнительные структуры. Вариации и обобщения).

7. Топологические многообразия малых размерностей – 4 часа

(Понятие топологического многообразия. Топологические многообразия с краем. Размерность топологического многообразия. Топологические подмногообразия размерностей 1 и 2 в вещественном евклидовом пространстве. Связная сумма топологических многообразий. Понятие дифференцируемого многообразия. Координатные функции и функции перехода. Примеры дифференцируемых многообразий)

8. Теорема Эйлера – 2 часа

(Определения. Свойства Эйлера характеристика полиэдров. Формула Гаусса — Бонне. Ориентируемые и неориентируемые поверхности. Величина эйлеровой характеристики. История. Вариации и обобщения).

9. Топологические многообразия без края – 2 часа

(Основные определения, локально евклидовое пространство, ряд примеров, компоненты топологических компонент.)

Итого 32 ч

3.2. Структура и содержание практической части курса

IV семестр

1. Вычисление кручения. Натуральные уравнения кривой – 2 часа
2. Кривые на гладкой поверхности. – 2 часа
3. Соприкасающийся параболоид - 2 часа
4. Сферическое отображение поверхности – 2 часа

Итого 8ч

V семестр

5. Топология в множестве – 2 часа
6. 2. Внутренность, замыкание, граница– 2 часа
7. 3. Непрерывные отображения – 2 часа
8. 4. Топологические свойства– 2 часа
9. 5. Линейная связность – 2 часа
- 10.6. Компактность – 2 часа
- 11.7. Топологические многообразия с краем– 2 часа
- 12.8. Триангуляции, клеточные разбиения – 2 часа

Итого 16ч

3.3. Структура и содержание КСР

IV семестр

1. Измерение длин кривых и углов между ними – 2 часа
2. Нахождение главных направлений и главных кривизны – 2 часа
3. Формула для гауссовой кривизны и следствия из нее. Основные уравнения теории поверхностей – 2 часа

Итого 6 ч

V семестр

1. Топология в множестве – 2 часа
2. Подпространства топологического пространства – 2 часа
3. Гомеоморфизмы– 2 часа
4. Связность – 2 часа
5. Хаусдорфовость – 2 часа
6. Многообразия – 2 часа
7. Топологические многообразия малых размерностей – 2 часа
8. Теорема Эйлера - 2 часа

Итого 16ч

Таблица 4

№ п/п	Раздел Дисциплины	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в ч.)				Лит- ра	Кол-во баллов в неделю
		Лек.	Пр.	КСР	СРС		

IV семестр							
1	Тема 1. Дифференциальная геометрия кривых. Элементарные кривые на плоскости и в пространстве. Способы их задания. Вектор-функции одной переменной. СРС: Координаты в евклидовом пространстве.	2	—	—	3	1 – 5	12,5
2	Касательная кривой. Длина кривой. СРС: Риманова метрика в области евклидова пространства.	2	—	—	3	1 – 5	12,5
3	Кривизна кривой. Соприкасающаяся плоскость. Кручение кривой. Формулы Френе. СРС: Псевдоевклидово пространство и геометрия Лобачевского.	2	—	—	3	1 – 5	12,5
4	Вычисление кручения. Натуральные уравнения кривой СРС: Плоские кривые.	—	-	—	3	1 – 5	12,5
5	Тема 2. Дифференциальная геометрия поверхностей Элементарные поверхности в евклидовом пространстве. Способы их задания. Вектор-функции двух переменных СРС: Пространственные кривые.	2			3	1 – 5	12,5
6	Кривые на гладкой поверхности. СРС: Риманова метрика в понятие площади.	—	2	—	3	1 – 5	12,5
7	Касательная плоскость поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. СРС: Теория кривизны и вторая квадратичная форма.	2	—	—	3	1 – 5	12,5
8	Измерение длин кривых и углов между ними. СРС: Гауссова кривизна.	—	—	2	3	1 – 5	12,5
9	2.5. Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма СРС: Конформные отображения. Изотермические координаты.	2	—	—	2	1 – 5	12,5
10	2.6. Соприкасающийся параболоид СРС: Геодезические линии.	—	2	—	2	1 – 5	12,5

11	2.7. Главные кривизны и формула Эйлера СРС: Тензоры первого и второго ранга.	2	–		2	1 – 5	12,5
12	2.8. Нахождение главных направлений и главных кривизн СРС: Тензоры общего вида. Примеры.	–	–	2	2	1 – 5	12,5
13	2.9. Площадь поверхности СРС: Алгебраические операции над тензорами.	-	–	–	3	1 – 5	12,5
14	2.10. Сферическое отображение поверхности СРС: Симметрические и кососимметрические тензоры.	–	2	–	3	1 – 5	12,5
15	2.12. Формула для гауссовой кривизны и следствия из нее. Основные уравнения теории поверхностей. СРС: Дифференциальное исчисление кососимметрических тензоров типа $(0, k)$.	–	–	2	3	1 – 5	12,5
16	2.14. Полугеодезическая параметризация поверхности. Экстремальное свойство геодезических. СРС: Евклидовы и общие связности.	–	2	–	3	1 – 5	12,5
Итого по семестру:		14	8	6	44		200
V семестр							
1	Топологические пространства и непрерывные отображения Топология в множестве. СРС: Топология пространства и непрерывные отображения	–	-	-	2	1 – 5	12,5
2	Метрика в множестве СРС: Топология в множестве	4	–	–	2	1 – 5	12,5
3	Внутренность, замыкание, граница. СРС: Метрика в множестве	–	2	–	2	1 – 5	12,5
4	Подпространства топологического пространства. СРС: Внутренность, замыкание, граница	4	–	2	2	1 – 5	12,5
5	Непрерывные отображения СРС: Подпространства топологического пространства	–	2	–	-	1 – 5	12,5
6	Гомеоморфизмы. СРС: Гомеоморфизмы.	4	–	2	2	1 – 5	12,5
7	Топологические свойства	–	2	–		1 – 5	12,5

	СРС: Топологические свойства.				-		
8	Связность. СРС: Связность	4	–	2	2	1 – 5	12,5
9	Линейная связность. СРС: Линейная связность.	–	2	–	-	1 – 5	12,5
10	Хаусдорфовость. СРС: Хаусдорфовость.	4	–	2	2	1 – 5	12,5
11	Компактность. СРС: Общие понятия многообразия.	–	2	–	2	1–5	12,5
12	Многообразия. СРС: Компактность.	4	–	2	2	1 – 5	12,5
13	Топологические многообразия с краем. СРС: Топологические многообразия с краем и без края	–	2	–	2	1 – 5	12,5
14	Топологические многообразия малых размерностей. СРС: Топологические многообразия малых размерностей	4	–	2	2	1 – 5	12,5
15	Триангуляции, клеточные разбиения. СРС: Триангуляция, клеточные разбиения.	–	2	2	2	1 – 5	12,5
16	Теорема Эйлера. СРС: Теорема Эйлера.	4	2	2	2	1 – 5	12,5
Итого по семестру:		32	16	16	26		200

Формы контроля и критерии начисления баллов

Контроль усвоения студентом каждой темы осуществляется в рамках балльно-рейтинговой системы (БРС), включающей текущий, рубежный и итоговый контроль. Студенты **2 курсов**, обучающиеся по кредитно-рейтинговой системе обучения, могут получить максимально возможное количество баллов - 300. Из них на текущий и рубежный контроль выделяется 200 баллов или 49% от общего количества.

На итоговый контроль знаний студентов выделяется 51% или 100 баллов.

Порядок выставления баллов: 1-й рейтинг (1-7 недели до 12,5 баллов+12,5 баллов (8 неделя – Рубежный контроль №1) = 100 баллов), 2-й рейтинг (9-15 недели до 12,5 баллов+12,5 баллов (16 неделя – Рубежный контроль №2) = 100 баллов), итоговый контроль 100 баллов.

К примеру, за текущий и 1-й рубежный контроль выставляется 100 баллов: лекционные занятия – 21 балл, за практические занятия (КСР, лабораторные) – 31,5 балл, за СРС – 17,5 баллов, требования ВУЗа – 17,5 баллов, рубежный контроль – 12,5 баллов.

В случае пропуска студентом занятий по уважительной причине (при наличии подтверждающего документа) в период академической недели деканат факультета обращается к проректору по учебной работе с представлением об отработке студентом баллов за пропущенные дни по каждой отдельной дисциплине с последующим внесением их в электронный журнал.

Итоговая форма контроля по дисциплине (зачет) проводится как в форме тестирования, так и в традиционной (устной) форме. Тестовая форма итогового контроля по дисциплине предусматривает: для естественнонаучных направлений – 10 тестовых вопросов на одного студента, где правильный ответ оценивается в 10 баллов. Тестирование проводится в электронном виде, устный экзамен на бумажном носителе с выставлением оценки в ведомости по аналогичной системе с тестированием.

для студентов 2 курсов

Таблица 5.

Неделя	Активное участие на лекционных занятиях, написание конспекта и выполнение других видов работ*	Активное участие на практических (семинарских) занятиях, КСР	СРС Написание реферата, доклада, эссе Выполнение других видов работ	Выполнение положения высшей школы (установленная форма одежды, наличие рабочей папки, а также других пунктов устава высшей школы)	Всего
1	2	3	4	5	7
1	3	4	3	2,5	12,5
2	3	4	3	2,5	12,5
3	3	4	3	2,5	12,5
4	3	4	3	2,5	12,5
5	3	4	3	2,5	12,5
6	3	4	3	2,5	12,5
7	3	4	3	2,5	12,5
8	3	4	3	2,5	12,5
Первый рейтинг	24	32	24	20	100
1	3	4	3	2,5	12,5
2	3	4	3	2,5	12,5
3	3	4	3	2,5	12,5
4	3	4	3	2,5	12,5
5	3	4	3	2,5	12,5
6	3	4	3	2,5	12,5
7	3	4	3	2,5	12,5
8	3	4	3	2,5	12,5
Второй рейтинг	24	32	24	20	100
Итого	48	64	48	40	200

Формула вычисления результатов дистанционного контроля и итоговой формы контроля по дисциплине за семестр

$$ИБ = \left[\frac{(P_1 + P_2)}{2} \right] \cdot 0,49 + Эи \cdot 0,51$$

где ИБ – итоговый балл,

P_1 - итоги первого рейтинга, P_2 - итоги второго рейтинга, $Эи$ – результаты итоговой формы контроля (зачет).

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Самостоятельная работа позволяет оптимально сочетать теоретическую и практическую составляющие обучения. При этом обеспечивается упорядочивание теоретических знаний, что, в конечном счёте, приводит к повышению мотивации обучающихся в их освоении. Самостоятельная работа планируется и организуется с целью углубления и расширения теоретических знаний, формирования самостоятельного логического мышления. Организация этой работы позволяет оперативно обновлять содержание образования, создавая предпосылки для формирования базовых (ключевых) компетенций категории интеллектуальных (аналитических) и обеспечивая, таким образом, качество подготовки специалистов на конкурентоспособном уровне. Из всех ключевых компетенций, которые формируются в процессе выполнения самостоятельных работ, следует выделить следующие: умение учиться, умение осуществлять поиск и интерпретировать информацию, повышение ответственности за собственное обучение.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов;
- творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

По дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» используется два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

К основным аудиторным видам относятся:

- Активная работа на лекциях
- Активная работа на практических занятиях
- Контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ).

- Выполнение контрольных работ.

Внеаудиторная работа проводится в следующих видах:

- Проработка лекционного материала,
- Подготовка к практическим занятиям,
- Подготовка к аудиторным контрольным работам,
- Выполнение ИДЗ,
- Подготовка к защите ИДЗ,
- Подготовка к зачету, экзамену.

4.1. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» включает в себя:

Таблица 6

№ п/п	Объем СРС в ч.	Тема СРС	Форма и вид СРС	Форма контроля
IV семестр				
1	3	Координаты в евклидовом пространстве.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
2	3	Риманова метрика в области евклидова пространства.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
3	3	Псевдоевклидово пространство и геометрия Лобачевского.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
4	3	Плоские кривые.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
5	3	Пространственные кривые.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
6	3	Риманова метрика в понятие площади.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
7	3	Теория кривизны и вторая квадратичная форма.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
8	3	Гауссова кривизна.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
9	2	Конформные отображения. Изотермические координаты.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
10	2	Геодезические линии.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
11	2	Тензоры первого и второго ранга.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
12	2	Тензоры общего вида. Примеры.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
13	3	Алгебраические операции над тензорами.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
14	3	Симметрические и кососимметрические тензоры.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
15	3	Дифференциальное исчисление	Письменное решение	тест

		кососимметрических тензоров типа $(0, k)$.	упражнений и задач. ИДЗ	
16	3	Евклидовы и общие связности.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
Итого 44ч				
V семестр				
1	1	Топология пространства и непрерывные отображения	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
2	1	Топология в множестве	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
3	1	Метрика в множестве	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
4	2	Внутренность, замыкание, граница	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
5	1	Подпространства топологического пространства	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
6	2	Гомеоморфизмы.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
7	1	Топологические свойства.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
8	2	Связность	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
9	2	Линейная связность.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
10	2	Хаусдорфовость.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
11	2	Общие понятия многообразия.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
12	2	Компактность.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
13	1	Топологические многообразия с краем и без края	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
14	2	Топологические многообразия малых размерностей	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
15	2	Триангуляция, клеточные разбиения.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест

16	2	Теорема Эйлера.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
----	---	-----------------	--	------------------------------

4.2. Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению

Индивидуальные домашние задания (ИДЗ) по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» предназначены для студентов очной форм обучения нематематических факультетов, изучающих курс математики в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) по соответствующим направлениям подготовки. Работа содержит 12 индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) по 30 вариантов в каждом, содержащих различные задания по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология».

Целью настоящего комплекта ИДЗ является ознакомление студентов с основами линейной алгебры и началами математического анализа. При решении заданий по линейной алгебре учащиеся отработают навыки действий с определителями и матрицами, а также решения систем неоднородных и однородных линейных алгебраических уравнений. При решении заданий по математическому анализу студенты освоят технику вычисления пределов функции, получат навыки исследования функций одной переменной с применением аппарата дифференциального исчисления.

В целом, самостоятельное решение индивидуальных заданий позволяет углубить теоретические знания, отработать практические навыки решения задач по дисциплине. Во введении к работе приведены примеры решения типовых заданий по теме с необходимыми методическими указаниями.

Накопление большого количества оценок за ИДЗ, самостоятельные и контрольные работы в аудитории позволяет контролировать учебный процесс, управлять им, оценивать качество усвоения изучаемого материала.

4.3. Требования к предоставлению и оформлению результатов самостоятельной работы

Данный элемент должен содержать описание целей выполнения задания студентом, в соответствии с которыми ставятся задачи, которые предстоит ему решить. Должны быть указаны правила выбора варианта, структура работы, требования к представлению и оформлению результатов (если нет методических инструкций и других руководств для выполнения), этапы выполнения.

ИДЗ (индивидуальное домашнее задание) выполняется на отдельной тетради по математике в рукописной форме. Тетрадь должна быть в клетку, желательно 48 листов. Все записи в тетрадях делать синей пастой, при необходимости выделить текст, можно использовать другие цвета. Рисунки выполняются простыми карандашами. Писать и рисовать в тетради только с разрешения преподавателя.

Решение должно быть написано в полном объеме и в понятной форме. Готовое решенное задание должно быть предоставлено преподавателю в срок

сдачи. На титульном листе тетради должны быть указаны Ф.И.О. студента, направление, курс и группа.

4.4. Критерии оценки выполнения самостоятельной работы по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология»

Критериями оценок результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентами учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность обще учебных умений;
- умения студента активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями;
- умение ориентироваться в потоке информации, выделять главное;
- умение четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;
- умение показать, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

Критерии оценки самостоятельной работы студентов:

Оценка «5» ставится тогда, когда:

- Студент свободно применяет знания на практике;
- Не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- Студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы;
- Студент усваивает весь объем программного материала;
- Материал оформлен аккуратно в соответствии с требованиями;

Оценка «4» ставится тогда, когда:

- Студент знает весь изученный материал;
- Отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- Студент умеет применять полученные знания на практике;
- В условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя;

-Материал оформлен недостаточно аккуратно и в соответствии с требованиями;

Оценка «3» ставится тогда, когда:

- Студент обнаруживает освоение основного материала, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных дополняющих вопросов преподавателя;

-Предпочитает отвечать на вопросы воспроизводящего характера и испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы;

-Материал оформлен не аккуратно или не в соответствии с требованиями;

Оценка «2» ставится тогда, когда:

-У студента имеются отдельные представления об изучаемом материале, но все, же большая часть не усвоена;

-Материал оформлен не в соответствии с требованиями.

5. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Основная литература

1. *Мусин, Ю. Р.* Тензорный анализ. Вводный курс с приложениями к анализу и геометрии [Электронный ресурс]: учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. Р. Мусин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 184 с. <https://biblio-online.ru>
2. *Привалов, И. И.* Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 233 с. <https://biblio-online.ru>
3. *Резниченко, С. В.* Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 302 с. <https://biblio-online.ru>
4. Гусева, Н.И. Сборник задач по геометрии [Текст]: учеб. пособие: в 2-х ч. Ч. 1 / Н.И. Гусева, Н.С. Денисова, О.Ю. Тесля. - М.: Кнорус, 2012. – 528 с.

5.2. Дополнительная литература

1. Новиков С.П., Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Задачи по геометрии (Дифференциальная геометрия и топология), изд. Московского университета, 1978. – 163 с.
2. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н. Введение в топологию: учебное пособие, 2-е изд. – М.: Наука, Физматлит, 1995. – 416 с.
3. Сборник задач по дифференциальной геометрии под ред. А.С. Феденко, 2-ое изд. перераб., 1979. – 270 с.
4. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии: учебное пособие. – М.: Физматлит, 2001. – 352 с.
5. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия: учебник. – М.: Наука, 1974
6. Бляшке В., Введение в дифференциальную геометрию, пер. с нем., М., 2000.
7. А.Д. Александров – Введение в общую теорию множеств и топологию.
8. Фиников С.П. Дифференциальная геометрия / С.П. Фиников. – Москва: Гостехиздат, 2006. – 489 с.

5.3. Интернет-ресурсы:

1. <http://webmath.exponenta.ru>.

2. <http://mirknig.com>.
3. <http://www.toehelp.ru>.
4. <http://e.lanbook.com>

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины:

- Работа с литературой – 1 час в неделю;
- Подготовка к практическому занятию – 1 час;
- Подготовка к зачету – 5 часов;

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. В течение недели выбрать время для работы с литературой по высшей и элементарной математике.

2. При подготовке к практическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

Основная часть теоретического материала курса дается в ходе практических занятий, хотя часть материала может изучаться и самостоятельно по учебной литературе. При изучении теоретического материала следует обратить внимание на следующие моменты.

Понятие функции часто встречается в школьном курсе математики и хорошо знакомо учащимся. Умение находить область определения и множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства и монотонности, точки экстремума – залог успешного решения задач единого экзамена. Можно выделить два обобщенных умения, связанных с исследованием свойств функций:

- 1) уметь «читать» график функции и переводить его свойства с графического языка на алгебраический и наоборот;
- 2) уметь работать с формулой, задающей функцию, обосновывая или проверяя наличие указанных свойств, что связывает задачи данного блока и с другими темами школьного курса (решение уравнений и неравенств, вычисление производных и др.)

В подготовке к решению подобных заданий поможет таблица, в которой перечислены свойства функций и дан их перевод на язык графиков.

Другим важным умением является умение оперировать с формулой, задающей функцию. Причем работа с формулой связывает задания данного блока с другими темами курса алгебры и начала анализа.

Например, при нахождении нулей функции нужно решать уравнения; при определении промежутков знакопостоянства функции - решать

неравенства; при поиске области определения функции- находить области определения выражения.

Рекомендуется использовать текст лекций преподавателя (если он имеется), пользоваться рекомендациями по изучению дисциплины; использовать литературу, рекомендуемую составителями программы; использовать вопросы к зачету, примерные контрольные работы. Учесть требования, предъявляемые к студентам и критерии оценки знаний.

При выполнении домашних заданий необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

Учебно-методический комплекс (УМК) призван помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить.

В первую очередь студент должен осознать предназначение комплекса: его структуру, цели и задачи. Для этого он знакомится с преамбулой, оглавлением УМК, говоря иначе, осуществляет первичное знакомство с ним.

Далее студент внимательно прочитывает и осмысливает тот раздел, задания которого ему необходимо выполнить.

Выполнение всех заданий, определяемых содержанием курса, предполагает работу с научными исследованиями (монографиями и статьями). Перед работой с научными источниками студенту следует обратиться к основной учебной литературе – учебным пособиям и хрестоматиям. Это позволит ему сформировать общее представление о существе интересующего вопроса.

Системный подход к изучению предмета предусматривает не только тщательное чтение специальной литературы, но и обращение к дополнительным источникам – справочникам, энциклопедиям, словарям. Эти источники – важное подспорье в самостоятельной работе студента (СРС и НИРС), поскольку глубокое изучение именно их материалов позволит студенту уверенно «распознавать», а затем самостоятельно оперировать научными категориями и понятиями, следовательно – освоить новейшую научную терминологию. Такого рода *работа с литературой* обеспечивает решение студентом поставленной перед ним задачи (подготовка к практическому занятию, выполнение контрольной работы и т.д.).

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Аудитории Естественного факультета, в которых проводятся занятия по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» оснащены проектором для проведения презентаций, чтобы сделать более

наглядными и понятными доказательства теорем, методики и алгоритмы решения задач и примеров, иллюстрирующих теоретические выводы и их прикладную направленность. Также в университете имеется обширный библиотечный фонд, не только печатных, но и электронных изданий, с которыми студенты могут ознакомиться в открытом доступе.

В Университете созданы специальные условия обучающихся с ограниченными возможностями здоровья - специальные учебники, учебные пособия и дидактические материалы, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, проведение групповых и индивидуальных коррекционных занятий, обеспечение доступа в здания организаций и другие условия, без которых невозможно или затруднено освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются бесплатно специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, а также обеспечивается:

- наличие альтернативной версии официального сайта организации в сети "Интернет" для слабовидящих;
- присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь;
- обеспечение выпуска альтернативных форматов печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы);
- возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, столовые, туалетные и другие помещения организации, а также пребывания в указанных помещениях (наличие пандусов, поручней, расширенных дверных проёмов, лифтов).

8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Форма итоговой аттестации: 4 семестр – зачет, 5 семестр – экзамен.

Форма промежуточной аттестации (1 и 2 рубежный контроль) проводится путем выполнения самостоятельного задания.

Итоговая система оценок по кредитно-рейтинговой системе с использованием буквенных символов

Таблица 7

Оценка по буквенной системе	Диапазон соответствующих наборных баллов	Численное выражение оценочного балла	Оценка по традиционной системе
A	10	95-100	Отлично
A-	9	90-94	
B+	8	85-89	Хорошо

B	7	80-84	
B-	6	75-79	
C+	5	70-74	Удовлетворительно
C	4	65-69	
C-	3	60-64	
D+	2	55-59	
D	1	50-54	
Fx	0	45-49	Неудовлетворительно

Содержание текущего контроля, промежуточной аттестации, итогового контроля раскрываются в фонде оценочных средств, предназначенных для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям ФГОС ВО.

ФОС по дисциплине является логическим продолжением рабочей программы учебной дисциплины. ФОС по дисциплине прилагается.