

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ  
ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»  
«28» августа 2024 г.  
Заведующий кафедрой  
математики и физики



Гулбоев Б.Дж.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по учебной дисциплине

**«Специальный курс дифференциальных уравнений»**  
Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»  
Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»  
Форма подготовки - очная  
Уровень подготовки - магистратура

**ПАСПОРТ  
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине (модулю) «Специальный курс дифференциальных  
уравнений»

№ п/п	Контролируемые разделы, темы*	Формируе мые компетенци *	Индикаторы достижения компетенции*	Оценочные средства*	
				Количество тестовых заданий/вопр осов к экзамену/зач ету /зачету (с оценкой)	Другие оценочные средства  Вид
1.	Матричные многочленные уравнения	ПК-1	ИПК-1.1. Знает современные проблемы математики; современное состояние исследуемой проблемы; методы проведения исследований в области математики	7	Перечень вопросов для устного опроса
2.	Квадратный корень из матрицы	ПК-1	ИПК-1.2. Умеет видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения.	7	Перечень вопросов для устного опроса
3.	Линейные дифференциальные уравнения	ПК-1	ИПК-1.3. Владеет - способностью к интенсивной научно- исследовательской работе; адекватным математическим аппаратом для ведения научно- исследовательской работы.	7	Перечень вопросов для устного опроса
4.	Матричное дифференциальное уравнение Риккати	ПК-1	ИПК-1.1. Знает современные проблемы математики; современное состояние исследуемой проблемы; методы	7	Перечень вопросов для устного опроса

			проведения исследований в области математики		
5.	Уравнение Риккати в методе прогонки	ПК-1	ИПК-1.2. Умеет видеть и понимать пути дальнейшего развития теории и методов ее решения.	7	Перечень вопросов для устного опроса
6.	Уравнения Риккати в теории управления	ПК-1	ИПК-1.3. Владеет - способностью к интенсивной научно-исследовательской работе; адекватным математическим аппаратом для ведения научно-исследовательской работы.	7	Перечень вопросов для устного опроса
Всего:				42	

### **ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ УСТНОГО ОПРОСА**

по дисциплине «Специальный курс дифференциальных уравнений»

1. Уравнение  $AX - XB = \theta$ .
2. Перестановочные матрицы.
3. Решение нелинейного однородного уравнения
4. Скалярное уравнение. Полиномиальное уравнение
5. Уравнение с жордановой матрицей
6. Уравнение с особенной матрицей
7. Однородное уравнение
8. Неоднородное уравнение
9. Частное решение неоднородного уравнения
10. Формула Коши
11. Уравнение Бернулли
12. Простейшие свойства уравнения
13. Уравнения с постоянными коэффициентами
14. Существования решения
15. Краевая задача для скалярного дифференциального уравнения. Краевая задача для векторного дифференциального уравнения

## Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «не зачтено»

Решение неверное или отсутствует

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА

по дисциплине «Специальный курс дифференциальных уравнений»

1.

Какое из следующих уравнений является матричным многочленным?

- A)  $AX^2 + BX + C = 0$
- B)  $A + B = C$
- C)  $AX = B$
- D)  $A^2 + B^2 = C^2$

2.

Если  $A$  и  $B$  — матрицы, то какое из следующих утверждений верно для матричного многочлена  $P(X) = AX^2 + BX + C$ ?

- A)  $P(X)$  всегда имеет единственное решение
- B)  $P(X)$  может иметь несколько решений
- C)  $P(X)$  не имеет решений
- D)  $P(X)$  всегда имеет бесконечно много решений

3.

Какое из следующих утверждений верно для матричных многочленных уравнений?

- A) Матричные многочлены всегда коммутируют
- B) Матричные многочлены могут иметь разные степени
- C) Матричные многочлены могут быть равны только при равенстве всех коэффициентов
- D) Матричные многочлены не могут быть равны нулю

4.

Какой из следующих вариантов является правильным определением квадратного корня из матрицы  $A$ ?

- A)  $B$  — квадратный корень из  $A$ , если  $B^2 = A$
- B)  $B$  — квадратный корень из  $A$ , если  $A^2 = B$
- C)  $B$  — квадратный корень из  $A$ , если  $AB = I$
- D)  $B$  — квадратный корень из  $A$ , если  $B + A = I$

5.

Какое из следующих утверждений верно для квадратного корня из матрицы?

- A) Каждый оператор имеет единственный квадратный корень
- B) Квадратный корень из матрицы существует только для положительно определенных матриц
- C) Квадратный корень из матрицы всегда является симметричной матрицей
- D) Квадратный корень из матрицы всегда существует

6.

Если матрица  $A$  имеет квадратный корень, то каково свойство этого корня?

- A) Он всегда равен нулю
- B) Он всегда равен  $A$
- C) Он может быть не единственным
- D) Он всегда является обратной матрицей к  $A$

7.

Какое из следующих уравнений является линейным дифференциальным уравнением?

- A)  $y'' + p(x)y' + q(x)y = g(x)$
- B)  $y'' + y^2 = 0$
- C)  $y' = y^3$
- D)  $y'' + \sin(y) = 0$

8.

Какое из следующих утверждений верно для линейных дифференциальных уравнений?

- A) Они всегда имеют единственное решение
- B) Они могут иметь более одного решения
- C) Решения всегда зависят от начальных условий
- D) Все решения являются постоянными

9.

Какое из следующих уравнений является однородным линейным дифференциальным уравнением?

- A)  $y'' + y = 0$
- B)  $y'' + y = g(x)$
- C)  $y' + y^2 = 0$
- D)  $y'' + 2y' + y = 0$

10.

Какое из следующих уравнений является матричным дифференциальным уравнением Риккати?

- A)  $\dot{X} = AX + XB + XCX$
- B)  $\dot{X} = AX + B$
- C)  $\dot{X} = AX + X^2$
- D)  $\dot{X} = AX + BX + C$

11.

Какое из следующих утверждений верно для матричных уравнений Риккати?

- A) Они всегда имеют уникальное решение
- B) Решение зависит от начальных условий
- C) Они могут быть приведены к линейным уравнениям
- D) Они не имеют решений

12.

Какое свойство имеет решение матричного уравнения Риккати?

- A) Оно всегда является постоянным
- B) Оно всегда является симметричным
- C) Оно может быть не единственным
- D) Оно всегда является положительно определенным

13.

В каком случае уравнение Риккати может быть решено методом прогонки?

- A) Когда оно является линейным
- B) Когда коэффициенты постоянные
- C) Когда оно имеет симметричную матрицу
- D) Когда оно является однородным

14.

Какое из следующих утверждений верно для уравнения Риккати в методе прогонки?

- A) Оно всегда является линейным
- B) Оно может быть использовано для решения оптимизационных задач
- C) Оно всегда имеет бесконечно много решений
- D) Оно не зависит от начальных условий

15.

Какое из следующих уравнений является уравнением Риккати для метода прогонки?

- A)  $\dot{X} = AX + BX + C$
- B)  $\dot{X} = AX + X^2$
- C)  $\dot{X} = AX + B$
- D)  $\dot{X} = AX + XCX$

16.

Какое из следующих утверждений верно для уравнений Риккати в теории управления?

- A) Они используются для оценки состояния системы
- B) Они всегда имеют уникальное решение
- C) Они не зависят от динамики системы
- D) Они применяются только для линейных систем

17.

В каком контексте уравнение Риккати используется в теории управления?

- A) Для анализа устойчивости системы
- B) Для оптимизации управления
- C) Для определения начальных условий
- D) Для решения линейных уравнений

18.

Какое из следующих утверждений верно для решения уравнения Риккати в задаче управления?

- A) Решение всегда является матрицей
- B) Решение может быть не единственным
- C) Решение зависит от выбранной функции стоимости
- D) Решение всегда является постоянным

### **Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если

Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «не зачтено»

Решение неверное или отсутствует

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА И НА СООТВЕТСТВИЕ по дисциплине «Специальный курс дифференциальных уравнений»

### Задания открытого типа:

1.

**Задание:** Объясните, что такое матричное многочленное уравнение и приведите пример такого уравнения. Каковы основные методы его решения?

2.

**Задание:** Опишите, что такое квадратный корень из матрицы и приведите условия, при которых матрица имеет квадратный корень. Как можно вычислить квадратный корень из матрицы?

3.

**Задание:** Определите, что такое линейное дифференциальное уравнение. Приведите общий вид такого уравнения и методы его решения.

4.

**Задание:** Опишите, что такое матричное дифференциальное уравнение Риккати и приведите пример его применения.

5.

**Задание:** Объясните, как уравнение Риккати используется в методе прогонки. В чем его преимущество?

6.

**Задание:** Как уравнения Риккати применяются в теории управления? Приведите пример.

7.

**Задание:** Определите, что такое матричное многочленное уравнение и приведите пример. Каковы условия существования решений для данного уравнения?

8.

**Задание:** Опишите, что такое квадратный корень из матрицы и приведите пример матрицы, для которой квадратный корень существует.

9.

**Задание:** Опишите общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка и приведите пример.

10.

**Задание:** Опишите матричное дифференциальное уравнение Риккати и приведите пример его применения.



11.

**Задание:** Объясните, как уравнение Риккати используется в методе прогонки для решения линейных уравнений.

12.

**Задание:** Опишите роль уравнений Риккати в теории управления и приведите пример их использования в оптимальном управлении.

### Задания на соответствие:

1.

**Задание:** Соотнесите тип матричного многочлена с его характеристиками.

Матричный многочлен	Характеристика
A. $P(A) = A^2 + 2A + I$	1. Квадратный многочлен
B. $Q(A) = A^3 - 3A^2 + 4A$	2. Кубический многочлен
C. $R(A) = A - I$	3. Линейный многочлен
D. $S(A) = A^4 + 2A^2 + I$	4. Четвертый степень многочлен

2.

**Задание:** Соотнесите свойства квадратного корня из матрицы с их описаниями.

Свойство	Описание
A. Существование корня	1. Если матрица положительно определена
B. Уникальность	2. Корень может быть не единственным
C. Непрерывность	3. Зависит от непрерывных функций
D. Свойство произведения	4. $\sqrt{AB} \neq \sqrt{A}\sqrt{B}$

3.

**Задание:** Соотнесите типы линейных дифференциальных уравнений с их характеристиками.

Тип уравнения	Характеристика
A. Однородное уравнение	1. Все члены уравнения равны нулю
B. Неоднородное уравнение	2. Содержит свободный член
C. Уравнение с постоянными коэффициентами	3. Коэффициенты не зависят от независимой переменной
D. Уравнение с переменными коэффициентами	4. Коэффициенты зависят от независимой переменной

4.

**Задание:** Соотнесите элементы матричного дифференциального уравнения Риккати с их описаниями.

Элемент	Описание
A. Матричная переменная	1. Зависит от времени
B. Линейный оператор	2. Включает матрицы и векторы
C. Нелинейный член	3. Влияет на поведение решения
D. Начальные условия	4. Определяют стартовые значения

5.

**Задание:** Соотнесите аспекты уравнения Риккати в методе прогонки с их характеристиками.

Аспект	Характеристика
A. Применение метода прогонки	1. Для численного решения уравнений
B. Связь с оптимальным управлением	2. Используется для нахождения оптимальных решений
C. Структура уравнения	3. Содержит матричные коэффициенты
D. Свойства решений	4. Решения могут быть устойчивыми или неустойчивыми

6.

Уравнение	Характеристика
A. Линейное уравнение Риккати	1. Применяется для управления линейными системами
B. Нелинейное уравнение Риккати	2. Используется в адаптивном управлении
C. Уравнение Риккати с постоянными коэффициентами	3. Решения зависят от матричных параметров
D. Уравнение Риккати с переменными коэффициентами	4. Применяется в системах с изменяющимися параметрами

7.

**Задание:** Соотнесите матричные многочленные уравнения с их свойствами или примерами.

Матричное многочленное уравнение	Свойство или пример
1. $A^2 + B = C$	А. Уравнение второго порядка
2. $A^3 - 2A + I = 0$	В. Может быть решено методом характеристического многочлена
3. $A + 2B = 3C$	С. Линейное уравнение
8.	

**Задание:** Соотнесите понятия, связанные с квадратным корнем из матрицы, с их описаниями.

Понятие	Описание
1. Квадратный корень матрицы $A$	А. Матрица $B$ , такая что $B^2 = A$
2. Условия существования	В. Матрица $A$ должна быть положительно определенной
3. Применение	С. Используется в решении линейных систем
9.	

**Задание:** Соотнесите типы линейных дифференциальных уравнений с их характеристиками.

Тип уравнения	Характеристика
1. Однородное уравнение	А. Все члены уравнения равны нулю
2. Неоднородное уравнение	В. Содержит свободный член
3. Уравнение с постоянными коэффициентами	С. Коэффициенты не зависят от времени
10.	

Уравнение Риккати	Свойство или применение
1. $\dot{X} = AX + XBX + Q$	А. Используется в теории оптимального управления
2. Существование решения	В. Зависят от свойств матриц $A, B, Q$
3. Линейная форма	С. Может быть преобразовано в линейное уравнение
11.	

**Задание:** Соотнесите уравнение Риккати в методе прогонки с его характеристиками и применениями.

Уравнение Риккати	Характеристика или применение
1. Применяется для решения	А. Уравнений в конечных разностных схемах
2. Свойство	В. Может быть использовано для оценки устойчивости
3. Связь с оптимальным управлением	С. Позволяет находить оптимальные законы управления

12.

**Задание:** Соотнесите уравнения Риккати в теории управления с их применениями и свойствами.

Уравнение Риккати	Применение или свойство
1. Стационарное уравнение Риккати	А. Используется для нахождения оптимального управления
2. Нестабильность	В. Связано с анализом устойчивости систем
3. Динамическое программирование	С. Применяется в методах оптимизации

### Критерии оценки:

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту, если Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.

- оценка «**не зачтено**»

Решение неверное или отсутствует

Составитель:  Каримов О.Х.