МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

Естественнонаучный факультет

Кафедра математики и физики

«УТВЕРЖДАЮ»
«28» августа 2023 г.
Зав. кафедрой к.ф.м.н., доцент
Ф.И.О. Гоибов Д.С.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

Функциональный анализ

01.03.01– Математика

профиль «Общая математика»

Душанбе 2023 г.

1. Фонд оценочных средств – неотъемлемая часть нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения студентами основной профессиональной образовательной программы высшего образования.
2. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине «Функциональный анализ» утвержден на заседании кафедры «Математики и физики».
Протокол № 1 от «   » августа 2021 г. (год начала реализации 2021)
3. Срок действия ФОС: 2021/2022 учебный год.

1. Структура дисциплины (модуля)

Разделы теоретического обучения

№	Наименование раздела теоретического обучения
1	Конечномерное эвклидово пространство
2	Бесконечномерное эвклидово пространство
3	Элементы теория множеств
4	Метрические пространства
5	Нормированные пространства
6	Гильбертово пространство
7	Непрерывные операторы в метрических пространствах
8	Пространства L^2
9	Линейные операторы
10	Линейные функционалы
11	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве
12	Вполне непрерывные операторы
13	Линейные интегральные уравнения

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы – освоение компетенций.
Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю) – получение знаний, умений, навыков

Коды ком-петенции	Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Вид оценочного средства
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессионал	**Знает:** основные понятия, определения и свойства объектов функционального анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства**;** **Умеет**: применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания; **Владеет:** навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.	Выступление Коллоквиум Дискуссия

	ьной деятельности		
ОПК-2	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	**Знает:** возможные сферы связи и приложения основные понятия функционального анализа в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания. **Умеет:** доказывать утверждения функционального анализа, решать задачи функционального анализа. **Владеет:** аппаратом функционального анализа, методами доказательства утверждений.	Выступление Коллоквиум Дискуссия
ПК-4	способность публично представлять собственные и известные научные результаты	Знает: основные известные научные результаты, соответствующие профилю подготовки, перспективные научные направления в профильной предметной области. Умеет: использовать мультимедийное оборудование, составлять презентации, публично представлять собственные и известные научные результаты в данной предметной области. Владеет: различными формами представления знаний и научных результатов, навыками устного и письменного аргументированного изложения собственных результатов.	Выступление Коллоквиум Дискуссия
ПК-5	Способен организовать исследования в области математики	Знает основные понятия методов организации учебной деятельности в области математики, основные понятия дисциплины, её методы, место и роль организации учебной деятельности в области математики, современные методы организации учебной деятельности в области математики. Умеет: применять и совершенствовать методы организации учебной деятельности в области математики, применять функционально-логическую методологию математики к системному анализу взаимосвязей процессов и построению математических моделей, осуществлять анализ и выбор способов организации учебной деятельности. Владеет: инструментарием для организации учебной деятельности в области математики,	Разноуровневые задачи и задания Коллоквиум

		инструментарием формально, логической концепции для идеализации и системного анализа современных методов организации учебной деятельности в области математики, владеть навыками использования, различных методов организации учебной деятельности в области математики.	Дискуссия

3. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

3.1.*Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы*

Код компетенции по ФГОС	Этапы формирования компетенций (разделы теоретического обучения)												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ОПК-1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ОПК-2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПК-4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПК-5	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

3.2.Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

3.2.1. Описание показателей и форм оценивания компетенций

Код компетенции по ФГОС	Показател и освоения (код показателя освоения)	Форма оценивания										Обеспечен-ность оценивания компетенции
		Текущий контроль								Промеж у-точная аттестац ия		
		Контрольная работа 1	Контрольная работа 2	Контрольная работа 3	Контрольная работа 4	Индивидуальная домашная задания 1	Индивидуальная домашная задания 2 работа 2	Индивидуальная домашная задания 3	Индивидуальная домашная задания 4	Экзамен	Экзамен	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ОПК-1	З1									+	+	+
	У1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	Н1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ОПК-2	З2									+	+	+
	У2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	Н2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПК-4	З3									+	+	+
ПК-5	У4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

3.2.2. Описание шкалы и критериев оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) в форме Экзамена/Дифференцированного зачета

Код показателя оценивания	Оценка			
	«2» (неудовлетв.)	Пороговый уровень освоения	Углубленный уровень освоения	Продвинутый уровень освоения
		«3» (удовлетвор.)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
З1	Обучающийся не Знает значительной части приемов и методов теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, теории непрерывных линейных функционало в и операторов, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных технических приемов и методов теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки и нарушения логической последовательност и в изложении.	Теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы все преду-смотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	Обучающейся исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает основные технические приемы и методы теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, интегрирования по Лебегу, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, теории рядов Фурье, свободно справляется с задачами; использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. Обучающейся анализирует

				полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.
У1	Не умеет самостоятельно использовать алгоритмические приёмы решения стандартных задач функционального анализа, допускает существенные ошибки, необходимые практические компетенции не сформированы.	Частично освоено использование алгоритмических приёмов решения стандартных задач функционального анализа. Пробелы не носят существенного характера. Большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки при ответе на поставленный вопрос. Обучающийся допускает неточности врешении.	Обучающийся твердо знает алгоритмические приёмы решения стандартных задач функцио-нального анализа, грамотно и по существу излагает, не допуская существенных неточностей в решении. Все предусмотрен-ные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.	Обучающийся глубоко и прочно усвоил алгоритмические приёмы решения стандартных задач функционального анализа, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал из литературы, правильно обосновывает принятое решение.
Н1	Обучающийся не Владеет значительной Частью программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениям и выполняет практические работы, или не выполняет совсем.	Большинство предусмотренных программой заданий по функционального анализа выполнено обучающимся, но в них имеются ошибки, неточности.	Обучающийся владеет необходимыми методами функциональ-ного анализа.	Все предусмотрен-ные программой Задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самосто-ятельность при выполнении заданий.

З2	Обучающийся не Знает значительной части базовых понятий и теорем теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, допускает существенные ошибки.	Обучающийся имеет знания только основных базовых понятий и теорем теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	Обучающийся твердо знает базовые понятия и теоремы т пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопросе	Базовые понятия и теоремы теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, теории непрерывных линейных функционалов и операторов освоены полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
У2	Обучающийся не может формализовать задачи функционально-аналитического характера.	Обучающийся в основном может формализовать задачи функционально - аналитического характера, но допускает неточности, недостаточно правильные формулировки	Обучающийся может формализовать задачи функцио – нально-аналитического характера.	Обучающийся может точно формализовать задачи функ-ционально-аналитического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
Н2	Обучающийся не имеет представление о методах доказательства утверждений и не имеет навыки применения их к практике.	Навыки самостоятельной работы продемонстрированы частично, не все темы изучены полностью.	Навыки самостоятельной работы обучающимся продемонстрированы.	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
З3	Обучающийся не	Обучающийся имеет знания	Обучающийся твердо знает	Базовые понятия и теоремы теории

	Знает значительной части базовых понятий и теорем теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, допускает существенные ошибки.	только основных базовых понятий и теорем теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье,теории непрерывных линейных функционалов и операторов, но не усвоил деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки.	базовые понятия и теоремы теории метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, теории непрерывных линейных функционалов и операторов, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	метрических пространств, банаховых пространств, гильбертовых пространств и рядов Фурье, теории непрерывных линейных функционалов и операторов освоены полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.
У4	Обучающийся не может формализовать задачи функционально-аналитического характера.	Обучающийся в основном может формализовать задачи функционально-аналитического характера, но допускает неточности, недостаточно правильные формулировки	Обучающийся может формализовать задачи функционально-аналитического характера.	Обучающийся может точно формализовать задачи функциональо-аналитического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
У5	Обучающийся не может формализовать задачи функционально-аналитического характера.	Обучающийся может формализовать задачи функционально-аналитического характера.	Обучающийся в основном может формализоват задачи функ-ционально-аналити- ческого характера, но допускает неточности, недостаточно правильные формулировки	Обучающийся может точно формализовать задачи функционально-аналитического характера, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
Н5	Не продемонстрировал навыки самостоятель	Навыки самостоятельной работы продемонстрирован	Навыки самостоятельной работы обучающимся	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов;

	ной работы.	ы частично, не все темы изучены полностью.	продемонстрированы.	исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал.

3.3. *Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций*

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных и индивидуальных домашних работ. Может быть использовано компьютерное тестирование.

3.3.1. Текущий контроль

Контролируется посещение лекций и практических занятий, выполнение контрольных и самостоятельных домашних работ работ.

Контрольная работа «Элементы теории множества, конечномерные и бесконечномерные евклидовые пространства» (*КР 1*).

<u>*Семестр V*</u>

Примерный вариант:

1. *Пусть* A и B *произвольные множества*. а), *Доказать равенство*

$$A \cap (B \Delta D) = (A \cap B) \Delta (A \cap D);$$

б) *Доказать включение*

$$(A \cap C) \cup (B \cap D) \subset (A \cup B) \cap (C \cup D)$$

2. Пусть $a, b \in l^2$. Доказать неравенства

а) $\| a + b \| \leq \| a \| + \| b \|$;

б) $|(a, b)| \leq \| a \| \cdot \| b \|$.

2. Контрольная работа *«метрические, нормированные и гильбертовые пространства»* (*КР 2*).

1. Являются ли сходящийся в метрике пространстве X последовательность точек $x^{(n)} = (\xi_1^{(n)}, \xi_2^{(n)}, \cdots, \xi_k^{(n)} \cdots)$:

а) $X = l^1$, б) $X = l^2$, $x^{(n)} = (\underbrace{1/n, 1/n, \cdots, 1/n}_{n}, 0, 0, \cdots)$;

2.Доказатӣ, что пространство s с метрикой

$$\rho(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \frac{|\xi_n - \eta_n|}{1 + |\xi_n - \eta_n|}$$

сепарабельно.

3. Доказать, что функция

$$(x, y) = \int_a^b x(t) y(t) dt + \int_a^b x'(t) y'(t) dt$$

Определяет скалярное произведение в пространстве $C^1[a, b]$ непрерывно дифференцируемых в отрезке $[a, b]$ функций. Является ли простраснво $C^1[a, b]$ гильбертовым?

Семестр VI

Контрольная работа «Непрерывные операторы в метрических пространствах. Аддитивные и линейные операторы в нормированных пространствах» (*КР 3*).

1. Показать, что отображение

$$U: f(x) \to \frac{1}{2}\int_0^1 xtf(t)dt + \frac{5}{6}x.$$

Является сжимающим в пространстве C[0,1] и найти его неподвижную точку.

2. Рассмотрим оператор $U: C[0,1] \to C[0,1]$, определенный с помощью равенства

$$(Ux)(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau, \quad (x = x(t) \in C[0,1]).$$

а). Доказать, что уравнение $x - Ux = 0$ имет решение при любом $y(t) \in C[0,1]$.

б). Найти оператор $(I - U)^{-1}$.

Контрольная работа «Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Линейные интегральные операторы». (КР 4)

1. Найти сопряженный оператор U^* к оператору U, если

$$U: L_2[0,1] \to L_2[0,1], \qquad \text{и } (Ux)(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau,$$

2. В вещественном пространстве $C[-\pi, \pi]$ найти собственные векторы и собственные значения опрератора

$$(Ux)(t) = x(-t)$$

3. Решить интегральное уравнение
4. $\varphi(t) - \lambda\int_{-\pi}^{\pi}(tcoss + s^2 sint + costsins)\varphi(s)ds = t$

Самостоятельная домашняя работа (СДР)

Примерные задачи

Семестр V

1. Какими свойствами должна обладать билинейная форма

$$g(x, y) = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_i y_j$$

Для того, чтобы ее значение от координат двух любых векторов

$$x=(x_1,x_2,\cdots,x_n),y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$$
вещественного векторного пространства R^n в некотором базисе $e_1,e_2,\cdots,e_n$ можно было принять за скалярное произведение этих векторов, определяющее -мерное евклидово пространства? Чему равны скалярное произведение векторов выбранного базиса?

2. Пусть L_1 и L_2 – линейные подпространства евклидова пространства R^n, причем размерность L_1 меньше размерности L_2; доказать, что в L_2 найдется ненулевой вектор, ортогональный ко всем векторам из L_1.

3. Показать, что векторы системы $a=(1,-2,2,-3),b=(2,-3,2,4)$ попарно ортогональны, и дополнит их до ортогонального базиса.

4. Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства натянутого на данную система векторов:
$$a=(1,2,2,-1),b=(1,1,-5,3),c=(3,2,8,-7)$$

5. Найти ортогональную проекцию y и ортогональную составляющую z вектора x на линейное подпространство L. $x=(4,-1,-3,4)$. L-натянуто на векторы
$$a_1=(1,1,1,1),a_2=(1,2,2,-1),a_3=(1,0,0,3)$$

6. Выяснить, какие из следующих преобразований A,заданных путем задания координат вектора Ax как функций координат вектора x, являются линейными, и в случае линейности найти их матрицы в том же базисе, в котором заданы координаты векторов x и Ax:

a) $Ax=(x_2+x_3,\ 2x_1\ +x_3,3x_1\ -x_2+x_3)$,

b) Ax=$(x_1\ ,x_2+1,x_3+2)$.

7. Являются ли метриками на прямой следуюҳие функқий:

$a)$ $\rho(x,y)=|x^3-y^3|$, b) $\rho(x,y)=(x^2+2y^2)|x-\| y|$.

8. Доказать замкнутость множества
$$M=\left\{x\in C^1[0,1]:x'\left(\frac{1}{2}\right)=2\right\}.$$

9. Доказать, что множества $M=\{x\in l_1:\xi_k>-1\}$ открыто в пространстве l_1.

10. Можно ли в линейном пространстве дважды непрерывно дифференцируемых на$[a,b]$ функции определить норму следующим образом:

a) $\| x \|=|x(a)|+|x'(a)|+\max_{[a,b]}|x''(t)|$,

b) $\| x \|=|x(a)|+\max_{[a,b]}|x'(t)|+\left(\int_a^b |x''(t)|^2\right)^{1/2}$

11. Будут ли следующие множества открытыми, замкнутыми в пространстве $C[a,b]$:

a) $P_n=\{p:p(t)=\sum_{j=0}^m c_j t^j, 0\le m\le n\}$,

b) $Q_n=\{p:p(t)=\sum_{j=0}^m c_j t^j, c_n\ne 0$.

12. Сходится ли последовательность $x_n(t)=te^{-nt}$ в пространствах

a) $C[0,1]$, b) $C^1[0,1]$.

Семестр VI

1. Доказать, что бесконечная система линейных алгебраических уравнений

$$23\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{5^{k+m}}\xi_k-\frac{2}{m},\ \ m=1,2,\cdots$$

Имеет единственное решение в пространстве l^2.

2. Доказать, что система линейных алгебраических уравнений

$$\xi_k=\sum_{j=1}^{\infty}a_{kj}\,\xi_j+\eta_{j,\ \ k=1,2,\cdots}$$

имеет единственное решение $x=\{\xi_j\}_{j=1}^{\infty}\in l^p$ для любого $y=\{\eta_j\}_{j=1}^{\infty}\in l^p$, если выполнено условие

a)

$$\sum_{k,j=1}^{\infty}|a_{kj}|^2<1,p=2$$

b)

$$sup\sum_{k=1}^{\infty}|a_{kj}|^2<1,p=1$$

3. Пусть A интегральный оператор Вольтерра

$$(Ax)(t)=\int_a^t K(t,s)x(s)ds,$$

ядро $K(t,s)$ непрерывно на $\Delta=\{(t,s)\colon t\in[a,b],s\in[a,t]\}$.Доказать, что существует такое $m\in N$, что A^m являются сжимающим оператором в пространстве $C[a,b]$.

4. Пусть ядро $K(t,s)$ непрерывно на $[a,b]\times[a,b]$ и

$$\int_a^b|K(t,s)|ds\le q<1,t\in[a,b]$$

Доказать, что интегральное уравнение Фредгольма

$$x(t) - \int_a^b K(t,s)x(s)ds = y(t),$$

Имеет единственное решение $x(t) \in C[a,b]$ для любой функции

$y(t) \in C[a,b]$.

5. Доказать, что интегральное уравнение

$$x(t) = t^2 + \int_0^3 sin\left(s + \frac{t}{10}x(s)\right)ds,$$

Имеет единственное непрерывное решение $x(t)$ на $[0,3]$.

6. Выяснить, являются ли отображение $A: X \to X$ сжимающим, если

a)

$$(Ax)(t) = \int_0^1 e^{-t|x(s)|}ds, X = C[0,1]$$

b)

$$(Ax)(t) = \int_1^2 tsinx(s)ds,\ \ X = C[0,2].$$

7. В пространстве $C[0,1]$ решить уравнение

$x(t) = \lambda \int_0^t x(s)ds + t^2,\ \lambda \neq 0.$

8. Доказать, что оператор $U: L^2[0,1] \to L^2[0,1]$

$(Ux)(t) = \int_0^1 e^{t+s}x(s)ds,$

является самосопряженным и неотрицательным.

9. Доказать, что оператор $U: L^2[0,1] \to L^2[0,1]$

$(Ux)(t) = \int_0^t sx(s)ds,$

вполне непрерывен.

10. Составить интегральное уравнение, соответствующее дифференциальному уравнению

$$y''' + ty'' + (t^2 - t)y = te^t + 1,$$

с начальными условиями $y(0) = y'(0) = 1, y''(0) = 0$.

Вопросы к экзамену за 5 семестр

1. Введение в функциональный анализ. n-мерное векторное пространство
2. Критерия компактности в R^n (обобщенная теорема Больцано-Вейерштрасса)
3. Евклидово пространство. Скалярное произведение; неравенство Коши - Буняковского
4. Понятие линейной зависимости векторов; базис и размерностӣ пространства
5. Ортонормированные базисы; процесс ортогонализация в R^n.
6. Линейные операторы в ; норма оператора. Непрерывность линейного оператора.
7. Линейные функционалы в R^n.
8. Бесконечномерные евклидовые пространства; пространства l^2
9. Некоторые сведения из теории множеств.
10. Определение метрических пространств; примеры метрических пространств.
11. Отображение множества; понятия эквивалентности множеств, теорема Кантора-Бернштейна
12. Понятия счетное множество и его свойства
13. Замкнутые и открытые множества в метрических пространствах;
14. Полные метрические пространства.
15. Примеры полных и неполных метрических пространств.
16. Теорема о вложенных шарах;
17. Сепарабельные метрические пространства. Примеры сепарабельных и несепарабельных метрических пространств.
18. Критерия компактности в пространстве С. Теорема Арцеля. Понятия ε-сеть. Критерия компактности в пространстве $\bar{s}$.
19. Линейное пространство, алгебраические операций и их свойства. Пример.
20. Нормированные пространства. Аксиомы нормы. Примеры
21. Сходимость в нормированных пространствах, понятия полноты нормированных пространств, банахово пространство.
22. Критерия компактности в конечномерных нормированных

пространств; полнота и сепарабельность конечномерных нормированных пространств.
23.Подпространство нормированных пространств
24. Нормированные пространства со счетным базисом; основные свойства
25. Гильбертово пространство; определение и основные свойства; примеры гильбертово пространство.
26. Понятия ортогональности в гильбертовых пространствах; обобщенная теорема Пифагора.
27.Проекция элемента гильбертово пространство на подпространство.
28. Ортогональное разложение гильбертово пространство.
29. Критерия разложимости гильбертовых пространств на ортогональные подпространства.
30.Ортогональные системы элементов; понятия базиса гильбертова пространства.
31.Неравенство Бесселя; уравнения замкнутости.
32.Процесс ортогонализации в гилбертовом пространстве.

Семестр VI

1. Основные свойства пространства L^2.
2. Непрерыные отображения метрических пространств.
Неподвижные точки. Понятие о методе последовательных отображений.
3. Принцип сжимающих отображений. Теорема Банаха.
4. Применение принципа сжимающих отображений к приближенному решению
нелинейных скалярных уравнений.
5. Теорема Пеано.
6. Применение принципа сжимающих отображений к приближенному решению
линейных интегральных уравнений Фредгольма второго рода.
7. Обобщенный принцип сжимающих отображений и применение его к решению
интегральных уравнений Вольтерра.
8. Непрерывные линейные операторы. Ограниченность. Норма линейного оператора и
ее вычисление.
9. Непрерывные линейные функционалы. Норма ограниченного функционала и ее
геометрический смысл. Теорема Банаха – Хана в гильбертовых пространствах.

10. Операции над линейными операторами. Алгебра операторов. Обратный оператор и
его свойства. Теорема об обратных операторах.
11. Последовательность линейных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Сходимость последовательности средних Фейера для тригонометрических рядов Фурье.
12. Теорема Рисса об общем виде об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.
13. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Нахождение
собственных значений и собственных функций интегрального оператора Фредгольма. Спектр линейного оператора.
14. Компактность в линейных нормированных пространствах . Критерий компактности.
Достаточные условия компактности множества.
15. Компактные операторы в линейных нормированных пространствах и их свойства.
16. Операторы нормального типа: ограниченность, симметричность, компактность.
17. Симметричные компактные операторы в гильбертовых пространствах. Определение.
18. Свойства собственных значений и собственных векторов симметричных компактных операторов в гильбертовом пространстве. Структура спектра. Теорема Гильберта– Шмидта.
19. Решение симметричных интегральных уравнений Фредгольма второго рода с
помощью разложения по собственным функциям.

3.4.Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с gоложением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся в РТСУ

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине. Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя, справочной литературой и калькуляторами.

Время подготовки ответа при сдаче зачета/экзамена в устной форме должно составлять не менее 40 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). Время ответа – не более 15 минут.

При подготовке к устному экзамену экзаменуемый, как правило, ведет записи в листе устного ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается экзаменатору.

При проведении устного экзамена экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.
Экзаменатору предоставляется право задавать обучающимся ополнительные вопросы в рамках программы дисциплины текущего семестра, а также, помимо теоретических вопросов, давать задачи, которые изучались на практических занятиях.

Оценка результатов устного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения.

Результаты выполнения аттестационных испытаний, проводимых в форме, форме компьютерного тестирования, должны быть объявлены обучающимся и выставлены в зачётные книжки не позднее следующего рабочего дня после их проведения.

Порядок подготовки и проведения промежуточной аттестации в форме экзамена/зачёта

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача вопросов к промежуточной аттестации	1 неделя семестра	На лекциях, по интернет и др.	Ведущий преподаватель
Консультации	Последняя неделя семестра, в сессию	На групповой консультации	Ведущий преподаватель
Промежуточная аттестация	В сессию	Письменно, тестирование, устно и др., по билетам, с выдачей задач к билетам	Ведущий преподаватель, комиссия
Формирование оценки	На аттестации	В соответствии с критериями	Ведущий преподаватель, комиссия

4. Фонд оценочных средств для мероприятий текущего контроля обучающихся по дисциплине (модулю)

4.1. Состав фонда оценочных средств для мероприятий текущего контроля

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости включает в себя:

- материалы для проведения текущего контроля успеваемости
 - варианты контрольных заданий;
 - варианты домашних заданий и расчетно-графических работ;
- перечень компетенций и их элементов, проверяемых на каждом мероприятии
текущего контроля успеваемости;
- систему и критерии оценивания по каждому виду текущего контроля успеваемости
- описание процедуры оценивания.

4.2.Система и критерии оценивания по каждому виду текущего контроля успеваемости

Для оценивания выполнения контрольных работ и индивидуальных домашних заданий следующие критерии оценивания:

Оценка	Характеристики действий обучающегося
Отлично	Обучающийся самостоятельно и правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.
Хорошо	Обучающийся самостоятельно и в основном правильно решил учебно-профессиональную задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия
Удовлетворительно	Обучающийся в основном решил учебно-профессиональную задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном профессиональные понятия
Неудовлетворительно	Обучающийся не решил учебно-профессиональную задачу.

4.3. *Процедура оценивания при проведении текущего контроля успеваемости*

Действие	Сроки	Методика	Ответственный
Выдача ИДЗ	2 неделя семестра	На практическом занятии, по вариантам	Ведущий преподаватель

Консультации по заданию	2-12 неделя семестра	На практических занятиях	Ведущий преподаватель, обучающийся
Контроль хода выполнения задания	2-12 неделя семестра	На практических занятиях, выставление процента выполнения	Ведущий преподаватель
Выполнение задания	2-12 неделя семестра	Дома или в учебном классе	Обучающийся
Сдача задания	13 неделя семестра	Опрос	Обучающийся лично
Проверка задания	14 неделя семестра	Вне занятий	Ведущий преподаватель, ассистент преподавателя
Защита выполненного задания	15 неделя семестра		Обучающийся
Формирование оценки	На защите	(в соответствии со шкалой и критериями оценивания)	Ведущий преподаватель, комиссия
Объявление результатов оценки выполненного задания	15 неделя семестра, на защите	На практическом занятии	Ведущий преподаватель

Разработчик: д.ф.-м.н., профессор Курбаншоев С.З.____________

«28» августа 2023г.