

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ  
ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»

ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»  
«28» августа 2023 г.  
Заведующий кафедрой  
математики и физики



Гаибов Д.С.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по учебной дисциплине

**«Специальный курс теории аналитических функций»**  
Направление подготовки - 01.04.01 «Математика»  
Программа магистратуры – «Фундаментальная математика»  
Форма подготовки - очная  
Уровень подготовки - магистратура

**ПАСПОРТ  
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине «Специальный курс теории аналитических функций»

№ п/п	Контролируемые разделы, темы*	Формируемые компетенции*	Индикаторы достижения компетенции*	Оценочные средства*	
				Количество тестовых заданий/вопросов к экзамену/зачету /зачету (с оценкой)	Другие оценочные средства  Вид
1.	Гладкие кривые и их свойства	ПК-2	ИПК-2.1. Знает существо поставленной научно-исследовательской (научно-производственной) проблемы перед коллективом; методы и приемы решения научно-исследовательской (научно-производственной) проблемы; основы педагогики и психологии; современные проблемы педагогики и психологии	8	Перечень вопросов для устного опроса
2.	Классы функций на кусочно-гладких контурах	ПК-2	ИПК-2.2. Умеет создать научный коллектив, способный справиться с поставленной задачей; строить деловые отношения с работниками; организовать научно-исследовательские и научно-производственные работы.	8	Перечень вопросов для устного опроса
3.	Основные свойства интеграла типа Коши	ПК-2	ИПК-2.3. Владеет в полном объеме информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения.	8	Перечень вопросов для устного опроса
4.	Поведение интегралов типа Коши в окрестности узлов	ПК-2	ИПК-2.1. Знает существо поставленной научно-исследовательской (научно-производственной) проблемы перед коллективом; методы и приемы решения научно-	8	Перечень вопросов для устного опроса

			исследовательской (научно-производственной) проблемы; основы педагогики и психологии; современные проблемы педагогики и психологии		
5.	Краевая задача Римана	ПК-2	ИПК-2.2. Умеет создать научный коллектив, способный справиться с поставленной задачей; строить деловые отношения с работниками; организовать научно-исследовательские и научно-производственные работы.	8	Перечень вопросов для устного опроса
6.	Задача обращения интеграла типа Коши	ПК-2	ИПК-2.3. Владеет в полном объеме информацией о состоянии дел в каждом подразделении научного учреждения.	8	Перечень вопросов для устного опроса
Всего:				48	

## **ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ УСТНОГО ОПРОСА**

по дисциплине «Специальный курс теории аналитических функций»

1. Теорема о стандартном радиусе - стандартный круг
2. Теорема о стандартном радиусе - стандартная дуга
3. Основное неравенство для кусочно-гладких кривых без точек возврата
4. Функции класса Гельдера
5. Свойства гильдеровских функций
6. Основные теоремы о гильдеровских функциях
7. Логарифмическая функция
8. Общая степенная функция
9. Интеграл типа Коши
10. Достаточное условие существования главного значения интеграла типа Коши
11. Теорема Племель-Привалова
12. Теоремы о замене пути интегрирования и об интегрировании по частям
13. Формулы Сохоцкого. Задача об аналитическом продолжении функции, заданной на замкнутом простом контуре в области
14. Формула перестановки Пуанкаре-Бертрана
15. Поведение интегралов типа Коши в окрестности концевых точек контура интегрирования

16. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва первого рода у плотности
17. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва второго рода у плотности
18. Краевая задача Римана для одного простого гладкого замкнутого контура
19. Понятие индекса
20. Задача о скачке Однородная задача
21. Неоднородная задача
22. Краевая задача Римана для одного простого гладкого разомкнутого контура
23. Краевая задача Римана для конечного числа гладких замкнутых и разомкнутых контуров
24. Решение задачи обращения в случае, когда все компоненты контура замкнуты
25. Решение задачи обращения в общем случае
26. Формула обращения сингулярного интеграла с ядром Гильберта
27. Решение задачи обращения в случае гладкой прерывистой линии - формулы Мусхелишвили

### **Критерии оценки:**

- оценка **«отлично»** выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка **«хорошо»**, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка **«удовлетворительно»**, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка **«неудовлетворительно»**, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие

недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

## ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА

по дисциплине «Специальный курс теории аналитических функций»

1. Какое из следующих свойств характеризует гладкую кривую?
  - А) Она имеет разрыв в каждой точке.
  - В) Она имеет производные всех порядков.
  - С) Она является кусочной линейной функцией.
2. D) Она не может быть замкнутой.  
Какой из следующих параметров не является характеристикой гладкой кривой?
  - А) Длина кривой.
  - В) Кривизна.
  - С) Угловая скорость.
3. D) Непрерывность производной.  
Какое из следующих утверждений верно для гладкой кривой?
  - А) Гладкая кривая всегда замкнута.
  - В) Гладкая кривая может иметь угловые точки.
  - С) Гладкая кривая не имеет резких поворотов.
4. D) Гладкая кривая не может быть задана параметрически.

Какое из следующих уравнений описывает гладкую кривую в пространстве?

- А)  $y = mx + b$
  - В)  $x^2 + y^2 = r^2$
  - С)  $z = f(x, y)$
  - D)  $x = t, y = t^2$
5. Какой класс функций определяет кусочно-гладкие функции?
    - А) Функции, которые непрерывны на всем интервале.
    - В) Функции, которые имеют конечное число разрывов.
    - С) Функции, которые имеют производные на каждом отрезке.
  6. D) Функции, которые имеют производные только в некоторых точках.  
Какое из следующих утверждений верно для кусочно-гладкой функции?
    - А) Она может иметь бесконечное число разрывов.
    - В) Она обязательно должна быть непрерывной.

- C) Она может быть задана только на конечном интервале.
7. D) Она имеет производные только в конечном числе точек.  
Какое из следующих свойств не относится к кусочно-гладким функциям?
- A) Непрерывность на каждом отрезке.
  - B) Наличие производных на каждом отрезке.
  - C) Наличие разрывов в конечном числе точек.
8. D) Наличие производных в каждой точке.  
Какой из следующих классов функций является подмножеством кусочно-гладких функций?
- A) Непрерывные функции.
  - B) Линейные функции.
  - C) Гладкие функции.
9. D) Монотонные функции.  
Какое из следующих свойств является основным свойством интеграла типа Коши?
- A) Линейность интеграла.
  - B) Интеграл всегда существует.
  - C) Интеграл не зависит от пути интегрирования.
10. D) Интеграл можно вычислить только численно.

Какой из следующих интегралов является интегралом типа Коши?

- A)  $\int f(x) dx$
- B)  $\int_C f(z) dz$
- C)  $\int_0^1 f(t) dt$
- D)  $\int_a^b f(x) dx$

11. Какое из следующих утверждений верно для интегралов типа Коши?

- A) Они зависят от выбора контура интегрирования.
- B) Они могут быть определены только для аналитических функций.
- C) Они всегда равны нулю.

12. D) Они могут быть определены только на замкнутых контурах.

Какое из следующих свойств не относится к интегралам типа Коши?

- A) Интеграл по замкнутому контуру равен нулю для аналитических функций.
- B) Интеграл зависит от параметров функции.
- C) Интеграл можно вычислить по различным путям.

13. D) Интеграл не зависит от выбора начальной точки.  
Какое из следующих утверждений верно для интегралов типа Коши в окрестности узлов?

- A) Интеграл всегда сходится.
- B) Интеграл может расходиться при наличии полюсов.
- C) Интеграл всегда равен нулю.

14. D) Интеграл не зависит от вида функции.  
Какое из следующих свойств описывает поведение интегралов типа Коши в окрестности полюсов?

- A) Интеграл всегда определен.
- B) Интеграл может быть определен с помощью вычета.
- C) Интеграл всегда равен бесконечности.

15. D) Интеграл не может быть вычислен.  
Какое из следующих утверждений неверно для интегралов типа Коши в окрестности узлов?

- A) Они могут быть определены в виде вычетов.
- B) Они могут быть оценены с помощью теоремы о вычетах.
- C) Они всегда сходятся, если функция аналитична.

16. D) Они могут быть определены только для непрерывных функций.  
Какое из следующих условий необходимо для сходимости интеграла типа Коши в окрестности узлов?

- A) Функция должна быть непрерывной.
- B) Функция должна быть аналитической.
- C) Функция должна иметь конечное число разрывов.

17. D) Функция должна быть кусочно-гладкой.  
Какое из следующих утверждений верно для краевой задачи Римана?

- A) Решение существует для любого начального условия.
- B) Решение является уникальным при заданных условиях.
- C) Решение всегда является постоянной функцией.

18. D) Решение не зависит от краевых условий.

Какое из следующих уравнений является уравнением краевой задачи Римана?

- A)  $y' = f(x, y)$
- B)  $y(a) = \alpha, y(b) = \beta$
- C)  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$
- D)  $y = C$

19. Какое из следующих условий является необходимым для существования решения краевой задачи Римана?
- А) Функция должна быть непрерывной.
  - В) Функция должна быть кусочно-гладкой.
  - С) Функция должна быть аналитической.
20. D) Функция должна иметь конечное число разрывов.  
Какое из следующих утверждений неверно для краевых задач Римана?
- А) Они могут иметь несколько решений.
  - В) Они всегда имеют хотя бы одно решение.
  - С) Они могут быть решены методом разностей.
21. D) Они могут быть решены методом интегрирования.  
Какое из следующих утверждений верно для задачи обращения интеграла типа Коши?
- А) Она всегда имеет единственное решение.
  - В) Она может иметь несколько решений.
  - С) Она не имеет решений.
22. D) Она всегда имеет бесконечно много решений.  
Какое из следующих методов используется для решения задачи обращения интеграла типа Коши?
- А) Метод интегрирования по частям.
  - В) Метод вычетов.
  - С) Метод обратного интегрирования.
23. D) Метод итераций.  
Какое из следующих условий необходимо для решения задачи обращения интеграла типа Коши?
- А) Функция должна быть непрерывной.
  - В) Функция должна быть аналитической.
  - С) Функция должна быть кусочно-гладкой.
24. D) Функция должна иметь конечное число разрывов.  
Какое из следующих утверждений неверно для задачи обращения интеграла типа Коши?
- А) Она может быть решена с использованием теоремы о вычетах.
  - В) Она может быть решена с использованием преобразования Лапласа.
  - С) Она всегда имеет единственное решение.
  - D) Она может быть решена с использованием метода подстановки.

**Критерии оценки:**

- оценка «**отлично**» выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка «**хорошо**», если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка «**удовлетворительно**», если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка «**неудовлетворительно**», если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

## **ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА И НА СООТВЕТСТВИЕ** по дисциплине «Специальный курс теории аналитических функций»

### **Задания открытого типа:**

1. Опишите основные свойства гладких кривых и объясните, почему они важны для анализа криволинейных интегралов.
2. Объясните, как гладкость кривой влияет на существование криволинейного интеграла вдоль этой кривой.
3. Опишите, какие классы функций могут использоваться для интегрирования по кусочно-гладким контурам и почему это ограничение имеет значение.
4. Объясните, как свойства кусочно-гладких функций влияют на сходимость интегралов по таким контурам.
5. Перечислите основные свойства интеграла типа Коши и объясните их значение в комплексном анализе.
6. Объясните, как теорема о вычетах связана с интегралом типа Коши и какое значение она имеет.
7. Объясните, как поведение функции в окрестности узлов влияет на сходимость интеграла типа Коши.

8. Опишите, как можно обойти проблемы с сходимостью интеграла типа Коши в окрестности узлов.
9. Опишите, что такое краевая задача Римана и какие условия необходимо задать для её решения.
10. Объясните, как методы решения краевых задач могут быть применены в практических задачах.
11. Объясните, что такое задача обращения интеграла типа Коши и при каких
12. Опишите, как задача обращения интеграла типа Коши может быть использована в теории функций комплексного переменного.

### Задания на соответствие:

1.

Определение	Термин
1. Кривая, которая имеет производные всех порядков на заданном интервале	А. Гладкая кривая
2. Кривая, которая может быть представлена в виде параметрического уравнения	В. Параметрическая кривая
3. Свойство кривой, позволяющее вычислять длину с помощью интеграла	С. Длина кривой
4. Кривая, у которой существует касательная в каждой точке	Д. Дифференцируемая кривая

2.

Определение	Термин
1. Функция, которая является непрерывной и имеет конечное количество разрывов	А. Кусочно-гладкая функция
2. Функция, которая имеет производные на каждом отрезке, но может быть разрывной в конечном числе точек	В. Непрерывная функция
3. Функция, которая может быть представлена как сумма гладких функций	С. Композиционная функция
4. Функция, которая не имеет разрывов и производных в любой точке	Д. Гладкая функция

3.

Определение	Термин
-------------	--------

Определение	Термин
1. Свойство, позволяющее менять порядок интегрирования и дифференцирования	А. Теорема Фубини
2. Свойство, согласно которому интеграл от суммы функций равен сумме интегралов	В. Линейность интеграла
3. Свойство, позволяющее интегрировать функции с ограниченной производной	С. Интегрируемость по частям
4. Свойство, обеспечивающее существование интеграла для функций, имеющих конечные пределы	Д. Сходимость интеграла

4.

Определение	Термин
1. Поведение интеграла в точках разрыва функции	А. Сходимость интеграла
2. Понятие, описывающее, как интеграл ведет себя при приближении к узлам	В. Асимптотическое поведение
3. Условие, при котором интеграл остается конечным в окрестности узлов	С. Условие интегрируемости
4. Свойство, касающееся изменения значения интеграла при малых perturbations	Д. Непрерывность интеграла

5.

Определение	Термин
1. Задача нахождения решения дифференциального уравнения с заданными краевыми условиями	А. Краевая задача Римана
2. Условие, при котором решение задачи зависит от значений функции на краевых точках	В. Условие Дирихле
3. Условие, при котором решение задачи зависит от производных функции на краевых точках	С. Условие Неймана
4. Способ решения краевой задачи, основанный на вариационном	Д. Принцип

Определение	Термин
принципе	максимума

6.

Определение	Термин
1. Процесс нахождения функции по известному интегралу	А. Обратная задача Коши
2. Условие, при котором интеграл можно выразить в виде конечной суммы	В. Условие существования
3. Метод, позволяющий находить значения функции на основе её интеграла	С. Метод интегрирования по частям
4. Применение теоремы о единственности решения для нахождения функции	Д. Теорема о существовании

7.

Определение	Термин
1. Кривая, у которой все производные существуют и непрерывны	А. Гладкая кривая
2. Свойство, позволяющее кривой быть изогнутой без резких углов	В. Дифференцируемость
3. Условие, при котором кривая может быть представлена в виде параметрического уравнения	С. Параметризация
4. Кривая, имеющая непрерывную первую производную	Д. Кусочно-гладкая кривая

8.

Определение	Термин
1. Функции, которые могут иметь конечное число разрывов	А. Кусочно-гладкие функции
2. Функции, которые являются непрерывными и имеют производные	В. Гладкие функции

Определение	Термин
3. Функции, которые можно интегрировать по кускам	С. Интегрируемые функции
4. Функции, имеющие разрыв в конечной точке	Д. Разрывные функции

9.

Определение	Термин
1. Интеграл, который определяется через пределы сумм Римана	А. Интеграл типа Коши
2. Свойство, позволяющее менять порядок интегрирования	В. Линейность интеграла
3. Свойство, при котором интеграл зависит от границ интегрирования	С. Инвариантность интеграла
4. Свойство, позволяющее интегрировать по частям	Д. Правило интегрирования по частям

10.

Определение	Термин
1. Поведение интеграла в точках разрыва функции	А. Поведение в окрестности узлов
2. Условие, при котором интеграл сходится к конечному значению	В. Сходимость интеграла
3. Феномен, когда интеграл имеет разрыв в узле	С. Разрыв в узле
4. Метод, позволяющий оценить поведение интеграла	Д. Оценка интеграла

11.

Определение	Термин
1. Задача, связанная с нахождением решения дифференциального уравнения с заданными условиями на границе	А. Краевая задача Римана
2. Условия, определяющие значение решения на границе области	В. Граничные

Определение	Термин
	условия
3. Метод, используемый для нахождения решений краевых задач	С. Метод Фредгольма
4. Пример краевой задачи, связанной с уравнением Лапласа	Д. Задача Дирихле

12.

Определение	Термин
1. Задача, связанная с нахождением функции по значению её интеграла	А. Задача обращения интеграла типа Коши
2. Метод, используемый для решения обратной задачи	В. Метод обратного интегрирования
3. Условия, при которых интеграл может быть обращен	С. Условия существования
4. Интеграл, который позволяет восстановить исходную функцию	Д. Интеграл Фурье

### Критерии оценки:

- оценка **«отлично»** выставляется студенту, если:

- 1) полно и аргументированно отвечает по содержанию задания;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно.

- оценка **«хорошо»**, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

- оценка **«удовлетворительно»**, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно

обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

- оценка «**неудовлетворительно**», если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

Составитель:  Каримов О.Х.