

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН  
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКО-ТАДЖИКСКИЙ (СЛАВЯНСКИЙ) УНИВЕРСИТЕТ»**

«Утверждаю»  
Декан естественнонаучного факультета  
Муродзода Д.С.  
08 \_\_\_\_\_ 2024 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ  
ДИСЦИПЛИНЫ  
«Функциональный анализ»  
Направление подготовки – 01.03.01 «Математика»  
Профиль подготовки – «Общая математика»  
Форма подготовки – очная  
Уровень подготовки – бакалавриат**

Душанбе – 2024

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 10.01.2018г. № 8

При разработке рабочей программы учитываются

- требования работодателей, профессиональных стандартов по направлению;
- содержание программ дисциплин, изучаемых на предыдущих и последующих этапах обучения;
- новейшие достижения в данной предметной области.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математики и физики, протокол № 1 от «28» августа 2024г.

Рабочая программа утверждена УМС Естественного факультета, протокол № 1 от «29 » августа 2024г.

Рабочая программа утверждена Ученым советом Естественного факультета, протокол № 1 от «30» 08. 2024г.

Заведующий кафедрой к.ф-м.н., доцент  Гулбоев Б.Дж.

Зам.председателя УМС факультета  Халимов И. И.

Разработчик: д.ф-м.н, профессор  Курбаншоев С.З.

Разработчик от организации:  Каримов О.Х

## Расписание занятий дисциплины

**Таблица 1**

Ф.И.О. преподавателя	Аудиторные занятия		Приём СРС	Место работы преподавателя
	лекция	Практические занятия (КСР, лаб.)		
Курбаншоев С.З.				РТСУ, второй корпус, 203 каб. кафедра математики и физики

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 1.1. Цели изучения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Функциональный анализ» является:

- оснащение студентов математическим аппаратом, необходимым для применения математических методов в практической деятельности и в исследованиях;
- ознакомление студентов с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы функционального анализа;
- предоставление студентам знания по метрическим пространствам, функционалам и операторам в банаховых пространствах, необходимые для других математических дисциплин.

#### 1.2. Задачи изучения дисциплины:

Задачами изучения дисциплины «Функциональный анализ» являются:

- теоретическое освоение студентами современных концепций и моделей функционального анализа;
- приобретение практических навыков применения аппарата функционального анализа в математике;
- освоение понятия метрического пространства, банахова пространства, гильбертова пространства;
- понимание теоретических основ применений функционального анализа к решению различных математических задач.

#### 1.3. Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции (элементы компетенций):

**Таблица 2**

Коды компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	Вид оценочного средства
<b>ОПК-1</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных	<p><b>ИОПК-1.1.</b> Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук</p> <p><b>ИОПК-1.2</b> Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности</p> <p><b>ИОПК -1.3</b> Обладает необходимыми знаниями для исследования математических</p>	Разноуровневые задачи  Решение задач

	наук, и использовать их в профессиональной деятельности	и их компонент	тест
<b>ОПК-2</b>	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, техники, экономики и управлении	<b>ИОПК -2.1</b> Умение применять известные математические методы решения поставленных задач, адаптировать и модифицировать их для конкретных ситуаций с учетом особенностей применения в естествознании, технике, экономике, и управлении; <b>ИОПК -2.2</b> Способствовать разрабатывать новые методы решения с ориентацией на повышение эффективности и качества принимаемых решений; <b>ИОПК -2.3</b> Владеть созданием математические модели, выбирать методы для их расчёта, оценивать вычислительную сложность.	Разноуровневые задачи  Решение задач  тест
<b>ПК-4</b>	Способен формировать способность к логическому рассуждению, убеждению, математическому доказательству и подтверждению его правильности	<b>ИПК -4.1.</b> Анализирует предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом: подтверждает его правильность или находит ошибки и анализирует причины их возникновения; помогает обучающимся в самостоятельной локализации ошибки, ее исправлении; оказание помощи в улучшении рассуждения; <b>ИПК -4.2</b> Формирует способности к логическому рассуждению и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность. <b>ИПК -4.3</b> Формирует у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать формирование модели поверхностной имитации действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; поощрять выбор различных путей в решении поставленной задачи	Разноуровневые задачи  Решение задач  тест
<b>ПК-5</b>	Способен организовать исследования в области математики	<b>ИПК -5.1</b> Организует самостоятельную деятельность обучающихся, в том числе исследовательскую; <b>ИПК -5.2</b> Развивает инициативы обучающихся по использованию математики и научной исследование; <b>ИПК -5.3</b> Владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом.	Разноуровневые задачи  Решение задач  тест

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к обязательной части учебного плана направления ВО «Математика» (Б1.О.20), изучается в 5 и 6 семестре.

При освоении данной дисциплины необходимы умения и готовность («входные» знания) обучающегося по дисциплинам 1-4, указанных в Таблице 2. Дисциплина 5 изучается параллельно, вместе с тем часть её является предшествующей.

Таблица 3.

№	Название дисциплины	Семестр	Место дисциплины в структуре ОПОП
1.	Математический анализ	1-4	Б1.В.11
2.	Высшая алгебра	1-3	Б1.О.15
3.	Дифференциальные уравнения	3-4	Б1.О.16
4.	Математическая логика	3-4	Б1.О.23
5.	Комплексный анализ (теория функций комплексного переменного)	6-7	Б1.О.21

## 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, КРИТЕРИИ НАЧИСЛЕНИЯ БАЛЛОВ

**Объем дисциплины** «Функциональный анализ» составляет:

5-й семестр: 4 зачетных единиц, всего 144 часа, из которых: лекции – 32 часов, практические занятия – 16 часов, КСР – 16 часов, самостоятельная работа – 80 часов, всего часов аудиторной нагрузки – 64 часа, в том числе в интерактивной форме 17 ч - зачет.

6-й семестр: 4 зачетных единиц, всего 144 часов, из которых: лекции – 24 часов, практические занятия – 12 часов, КСР – 12 часов, самостоятельная работа – 42 часа + 54 часов контроль, всего часов аудиторной нагрузки – 48 часов, в том числе в интерактивной форме 17ч - экзамен.

### 3.2. Структура и содержание теоретической части курса

#### V семестр

**1. Конечномерное евклидово пространство.** Введение в функциональном анализе. Понятия пространства в математике. N-мерное векторное пространство. 2 часа  
Норма вектора. Скалярное произведение векторов. Линейные преобразования. Матрицы. 2 часа.

Подпространства в  $R^n$ ; понятия изоморфизм и изометрия. Ортогональный базис. Процесс ортогонализация. 2 часа

**2. Бесконечномерное евклидово пространство.** Векторы с бесконечным множеством координат. Пространство  $l^2$ . Скалярное произведение векторов из  $l^2$ . 2 часа.

Сходимость последовательности векторов. Непрерывность нормы и скалярного произведения. Линейные функционалы в  $l^2$ . 2 часа.

Линейные операторы в  $l^2$ . Подпространства в  $l^2$ ; ортогональный базис. 2 часа

**3. Элементы теории множеств.** Понятие множества. Операции над множествами. 2 часа.

Отображение множеств. Общие понятия функции. Разбиения на классы. Отношения эквивалентности. 2 часа.

Конечные и бесконечные множества. Счетные множества. Эквивалентность множеств. Несчетность множества действительных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятия мощности множества. 2 часа

**4. Метрические пространства.** Определение метрического пространства. Примеры. Сходимость в метрическом пространстве. 2 часа

Полные метрические пространства. Примеры полных метрических пространств.. Теорема о вложенных шарах. 2 часа.

Сепарабельные метрические пространства. Компактные множества. Критерия компактности в метрических пространствах. Критерий компактности в пространстве  $C$ . 2 часа

**5. Нормированные пространства.** Линейные пространства. Нормированные пространства. Конечномерные нормированные пространства. 2 часа. Подпространство нормированного пространства. Нормированное пространство со счетным базисом. 2 часа

**6. Гильбертово пространство.** Скалярное произведение. Определение гильбертова пространства. Понятие ортогональности в гильбертовом пространстве. 2 часа. Проекция элемента на подпространство. Ортогональные разложения гильбертова пространства. 2 часа.

Ортогональные системы элементов. Разложения Фурье. 2 часа.

Ортогонализация системы линейно независимых элементов. 2 часа.

**Итого 32 ч**

#### VI семестр

**1. Непрерывные операторы в метрических пространствах.** Основные определения. Непрерывные операторы и функционалы. Неподвижные точки. Метод последовательных приближений. 2 часа.

Операторы сжатия. Теорема Банаха. 2 часа

**2. Пространства  $L^2$ .** Основные свойства пространства  $L^2$ . Скалярное произведение. Ортогональные ряды. 2 часа

**3. Линейные операторы.** Аддитивные и линейные операторы. Ограниченность линейного оператора. 2 часа.

Расширение линейного оператора. Последовательность линейных операторов. 2 часа.

Пространство линейных операторов. Обратные операторы. 2 часа

**4. Линейные функционалы.** Линейные функционалы как частный случай линейного оператора. Общие формы линейных функционалов в некоторых пространствах. 2 часа

Линейные функционалы в пространстве суммируемых функций. Распространение линейных функционалов. 2 часа.

Линейные функционалы в пространстве непрерывных функций. 2 часа

**11. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве**

Самосопряженные операторы. 2 часа.

Инвариантные подпространства. Собственные числа и собственные элементы самосопряженного оператора. Неограниченные симметричные операторы. 2 часа. Спектр самосопряженного оператора. 2 часа

**Итого 24 ч**

### 3.2. Структура и содержание практической части курса

#### V семестр

Норма вектора. Скалярное произведение векторов. 2ч

Линейные операторы в  $l^2$ . 2 часа

Линейные операторы линейные функционалы в конечномерном евклидовом пространстве. 2 часа

Множества и операция над ними. Мощность множества. 2 часа

Метрические пространства. Аксиомы метрики. 2 часа

Нормированные пространства; аксиомы нормы. 2 часа

Гильбертово пространство. Скалярное произведение и его свойство. 2 часа

Метод последовательных приближений для интегральных уравнений. 2 часа

**Итого 16ч**

#### VI семестр

Метод последовательных приближений для дифференциальных уравнений. 2 часа

Линейные функционалы. Сопряженные пространства. 2 часа

Линейные операторные уравнения с вполне непрерывными операторами. 2 часа

Собственные значения и собственных элементов вполне непрерывных операторов. 2 часа

Спектральная теория вполне непрерывных операторов. 2 часа

Неограниченные линейные операторы. Основные понятия и определения. 2 часа

Итого 12 ч

### 3.3. Структура и содержание КСР

#### V семестр

Норма вектора. Скалярное произведение векторов. 2ч  
 Бесконечномерное евклидово пространство. Векторы с бесконечным множеством координат.  
 Пространство  $l^2$ . 2 часа  
 Линейные операторы в  $l^2$ . 2 часа  
 Метрические пространства. 2 часа  
 Свойства скалярного произведения и нормы в пространстве  $l^2$  2 часа  
 Процесс ортогонализация в пространстве  $l^2$ . 2 часа  
 Процесс ортогонализация в гильбертовом пространстве. 2 часа  
 Интегральные уравнения. Теорема Пеано. 2 часа

Итого 16ч

#### VI семестр

Метод последовательных приближений для интегральных уравнений Фредгольма. 2 часа  
 Матричные линейные операторы. Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений. 2 часа  
 Линейные функционалы в пространстве сходящихся последовательностей. Обобщенные методы суммирования рядов. 2 часа  
 Интегральные самосопряженные операторы. Дифференциальные симметричные операторы. 2 часа  
 Спектр вполне непрерывного самосопряженного оператора. Решение уравнения  $(A - \lambda I)x = y$ . 2 часа  
 Интегральные уравнения содержащий параметр. Метод Фредгольма. 2 часа

Итого 12 ч

Таблица 4

№ п/п	Раздел дисциплины	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в ч.)				Лит-ра	Кол-во баллов в неделю
		Лек.	Пр	КСР	СРС		
V семестр							
1	Конечномерное евклидово пространство. Введение в функциональном анализе. Понятия пространства в математике. N-мерное векторное пространство.	2	–	–	6	1-4	12,5
2	Норма вектора. Скалярное произведение векторов. Линейные преобразования. Матрицы. Линейные операторы линейные функционалы в конечномерном евклидовом пространстве	2	2	2	6	1-4	12,5
3	Подпространства в $R^n$ ; понятия изоморфизм и изометрия. Ортогональный базис. Процесс ортогонализация.	2	–	–	6	1-4	12,5
4	Бесконечномерное евклидово пространство. Векторы с бесконечным множеством координат. Пространство $l^2$ . Скалярное произведение векторов из $l^2$ . Свойства скалярного произведения и нормы в пространстве $l^2$	2	2	2	6	1-4	12,5

5	Сходимость последовательности векторов. Непрерывность нормы и скалярного произведения. Линейные функционалы в $l^2$ .	2	–	–	6	1-4	12,5
6	Линейные операторы в $l^2$ . Подпространства в $l^2$ ; ортогональный базис. Процесс ортогонализация в пространстве $l^2$ .	2	2		6	1-4	12,5
7	Элементы теория множеств. Понятие множества. Операции над множествами.	2	–	–	6	1-4	12,5
8	Отображение множеств. Общее понятия функции. Разбиения на классы. Отношения эквивалентности. Множества и операция над ними. Мощность множества.	2		2	6	1-4	12,5
9	Конечные и бесконечные множества. Счетные множества. Эквивалентность множеств. Несчетность множества действительных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Понятия мощности множества.	2	–	–	6	1-4	12,5
10	Метрические пространства. Определение метрического пространства. Примеры. Сходимость в метрическом пространстве. Метрические пространства. Аксиомы метрики.	2		2	6	1-4	12,5
11	Полные метрические пространства. Примеры полных метрических пространств. Теорема о вложенных шарах.	2	–	–	6	1-4	12,5
12	Сепарабельные метрические пространства. Компактные множества. Критерия компактности в метрических пространствах. Критерий компактности в пространстве $C$ . Полные и компактные метрические пространства	2	2		6	1-4	12,5
13	Нормированные пространства. Линейные пространства. Нормированные пространства. Конечномерные нормированные пространства.	2	2	–	2	1-4	12,5
14	Подпространство нормированного пространства. Нормированное пространство со счетным базисом. Нормированные пространства; аксиомы нормы	2		2	2	1-4	12,5
15	Гильбертово пространство. Скалярное произведение. Определение гильбертова пространство. Понятие ортогональности в гильбертовом пространстве.	2	2	–	2	1-4	12,5
16	Проекция элемента на подпространстве. Ортогональные разложения гильбертова пространства. Гильбертово пространство. Скалярное произведение и его свойство.	2	-	2	2	1-4	12,5
Итого по семестру:		32	16	16	80		
VI семестр							
1	Непрерывные операторы в метрических пространствах. Основные определения.	2			4	1-4	12,5



	Непрерывные операторы и функционалы. неподвижные точки. Метод последовательных приближений. Метод последовательных приближений для интегральных уравнений		2	-			
2	Операторы сжатия. Теорема Банаха. Интегральные уравнения. Теорема Пеано.	2	-	2	4	1-4	12,5
3	Пространства $L^2$ . Основные свойства пространства $L^2$ . Скалярное произведение. Ортогональные ряды. Метод последовательных приближений для дифференциальных уравнений	2	2	-	4	1-4	12,5
4	Линейные операторы. Аддитивные и линейные операторы. Метод последовательных приближений для интегральных уравнений Фредгольма	2	-	2	4	1-4	12,5
5	Расширение линейного оператора. Последовательность линейных операторов. Линейные ограниченные операторы в нормированных пространствах	2	2	-	4	1-4	12,5
6	Пространство линейных операторов. Обратные операторы. Матричные линейные операторы. Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений. Линейные дифференциальные операторы в пространстве дифференцируемых функций.	2	-	2	4	1-4	12,5
7	Линейные функционалы. Линейные функционалы как частный случай линейного оператора. Общие формы линейных операторов в некоторых пространствах. Решений задач по теме линейных функционалов	2	2	-	4	1-4	12,5
8	Линейные функционалы в пространстве суммируемых функций. Распространение линейных функционалов (теорема Банаха-Хана). Линейные функционалы в пространстве сходящихся последовательностей. Обобщенные методы суммирования рядов	2	-	2	2	1-4	12,5
9	Линейные функционалы в пространстве непрерывных функций. Решений задач по теме	2	2	-	2	1-4	12,5
10	Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. Сопряженные и самосопряженные операторы. Интегральные самосопряженные операторы. Дифференциальные симметричные операторы	2	-	2	2	1-4	12,5
11	Инвариантные подпространства. Собственные числа и собственные элементы самосопряженного оператора. Неограниченные симметричные операторы. Примеры нахождения собственного числа и	1	-	-	2	1-4	12,5

	собственного элемента самосопряженного оператора.		1				
12	Спектр самосопряженного оператора. Примеры определения спектра самосопряженных операторов	1		-	2	1-4	12,5
13	Вполне непрерывные операторы Определение и общие свойства. Вполне непрерывные операторы в гильбертовом пространстве. Спектр непрерывного самосопряженного оператора. Решение уравнения $(A - \lambda I)x = y$ .	1		-	2	1-4	12,5
14	Линейные интегральные уравнения Основные определения. Типы интегральных уравнений. Примеры задач приводящих к интегральным уравнениям. Интегральный оператор Фредгольма. Уравнение с симметричным ядром. Теоремы Фредгольма. Случай вырожденных	1	-		2	1-4	12,5
Итого по семестру:		24	12	12	42		200

#### Формы контроля и критерии начисления баллов

Контроль усвоения студентом каждой темы осуществляется в рамках балльно-рейтинговой системы (БРС), включающей текущий, рубежный и итоговый контроль. Студенты **3 курсов**, обучающиеся по кредитно-рейтинговой системе обучения, могут получить максимально возможное количество баллов - 300. Из них на текущий и рубежный контроль выделяется 200 баллов или 49% от общего количества.

На итоговый контроль знаний студентов выделяется 51% или 100 баллов.

Порядок выставления баллов: 1-й рейтинг (1-7 недели до 12,5 баллов+12,5 баллов (8 неделя – Рубежный контроль №1) = 100 баллов), 2-й рейтинг (9-15 недели до 12,5 баллов+12,5 баллов (16 неделя – Рубежный контроль №2) = 100 баллов), итоговый контроль 100 баллов.

К примеру, за текущий и 1-й рубежный контроль выставляется 100 баллов: лекционные занятия – 21 балл, за практические занятия (КСР, лабораторные) – 31,5 балл, за СРС – 17,5 баллов, требования ВУЗа – 17,5 баллов, рубежный контроль – 12,5 баллов.

В случае пропуска студентом занятий по уважительной причине (при наличии подтверждающего документа) в период академической недели деканат факультета обращается к проректору по учебной работе с представлением об отработке студентом баллов за пропущенные дни по каждой отдельной дисциплине с последующим внесением их в электронный журнал.

Итоговая форма контроля по дисциплине (зачет, экзамен) проводится как в форме тестирования, так и в традиционной (устной) форме. Тестовая форма итогового контроля по дисциплине предусматривает: для естественнонаучных направлений – 10 тестовых вопросов на одного студента, где правильный ответ оценивается в 10 баллов. Тестирование проводится в электронном виде, устный экзамен на бумажном носителе с выставлением оценки в ведомости по аналогичной системе с тестированием.

#### Критерии оценивания для студентов 3 курса

Таблица 5

Неделя	Активное участие на лекционных занятиях, написание конспекта и выполнение других видов работ*	Активное участие на практических (семинарских) занятиях, КСР	СРС Написание реферата, доклада, эссе Выполнение других видов работ	Выполнение положения высшей школы (установленная форма одежды, наличие рабочей папки, а также других пунктов устава высшей школы)	Всего
1	2	3	4	5	7
1	3	4	3	2,5	12,5
2	3	4	3	2,5	12,5
3	3	4	3	2,5	12,5
4	3	4	3	2,5	12,5
5	3	4	3	2,5	12,5
6	3	4	3	2,5	12,5
7	3	4	3	2,5	12,5
8	3	4	3	2,5	12,5
<b>Первый рейтинг</b>	<b>24</b>	<b>32</b>	<b>24</b>	<b>20</b>	<b>100</b>
1	3	4	3	2,5	12,5
2	3	4	3	2,5	12,5
3	3	4	3	2,5	12,5
4	3	4	3	2,5	12,5
5	3	4	3	2,5	12,5
6	3	4	3	2,5	12,5
7	3	4	3	2,5	12,5
8	3	4	3	2,5	12,5
<b>Второй рейтинг</b>	<b>24</b>	<b>32</b>	<b>24</b>	<b>20</b>	<b>100</b>
<b>Итого</b>	<b>48</b>	<b>64</b>	<b>48</b>	<b>40</b>	<b>200</b>

Формула вычисления результатов дистанционного контроля и итоговой формы контроля по дисциплине за семестр

$$ИБ = \left[ \frac{(P_1 + P_2)}{2} \right] \cdot 0,49 + Эи \cdot 0,51$$

где ИБ – итоговый балл,  $P_1$ - итоги первого рейтинга,  $P_2$ - итоги второго рейтинга,  $Эи$  – результаты итоговой формы контроля (зачет, экзамен).

#### 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Успешное освоение курса требует напряженной самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя чтение лекций и рекомендованной литературы,

решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях, разбор проблемных ситуаций. Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Для активизации самостоятельной работы студентов и экономии времени, отводимого на лекционный курс, ряд тем выносятся на самостоятельное изучение. Самостоятельная работа со студентами проводится в часы самостоятельной работы в форме консультаций. Распределение часов руководства самостоятельной работой учитывает важность рассматриваемой темы и возможную сложность при освоении ее студентами. Самостоятельная работа студентов рассматривается как вид учебного труда, позволяющий целенаправленно формировать и развивать самостоятельность студента как личностное качество при выполнении различных видов заданий и проработке дополнительного учебного материала. Для успешного выполнения расчетных заданий, написания рефератов и подготовки к коллоквиуму, помимо материалов лекционных и практических занятий, необходимо использовать основную и дополнительную литературу, указанную в конце данной рабочей программы.

Самостоятельная работа позволяет оптимально сочетать теоретическую и практическую составляющие обучения. При этом обеспечивается упорядочивание теоретических знаний, что, в конечном счёте, приводит к повышению мотивации обучающихся в их освоении. Самостоятельная работа планируется и организуется с целью углубления и расширения теоретических знаний, формирования самостоятельного логического мышления. Организация этой работы позволяет оперативно обновлять содержание образования, создавая предпосылки для формирования базовых (ключевых) компетенций категории интеллектуальных (аналитических) и обеспечивая, таким образом, качество подготовки специалистов на конкурентоспособном уровне. Из всех ключевых компетенций, которые формируются в процессе выполнения самостоятельных работ, следует выделить следующие: умение учиться, умение осуществлять поиск и интерпретировать информацию, повышение ответственности за собственное обучение.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать справочную и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов;
- творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

По дисциплине «Функциональный анализ» используется два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

К основным аудиторным видам относятся:

- Активная работа на лекциях
- Активная работа на практических занятиях
- Контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ).
- Выполнение контрольных работ.

Внеаудиторная работа проводится в следующих видах:

- Проработка лекционного материала,
- Подготовка к практическим занятиям,
- Подготовка к аудиторным контрольным работам,
- Выполнение ИДЗ,
- Подготовка к защите ИДЗ,
- Подготовка к зачету, экзамену.

**4.1. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Функциональный анализ» включает в себя:**

**Таблица 6**

№ п/п	Объем СРС в ч.	Тема СРС	Форма и вид СРС	Форма контроля
V семестр				
1	4	Топологическое пространство: определение и основные свойства	ИДЗ	Разно уровневые задачи
2	4	Топологическое пространство (продолжение)	Реферат. ИДЗ	Решение задач
3	4	Полнота и сепарабельность метрических пространств	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
4	4	Примеры полных метрических пространств	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
5	4	Примеры сепарабельных метрических пространств	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
6	4	Критерия компактности Хаусдорфа	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
7	4	Критерия компактности Арцеля	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
8	4	Пространства измеримых функций и его основные свойства	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
9	4	Пространство $l^p$	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
10	5	Неравенства Гельдера; интегральное неравенства Гельдера	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
11	5	Неравенства Минковского; интегральное неравенства Минковского	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
12	5	Топологические векторное пространства: определение и общие свойства	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
13	5	Проверка линейности и непрерывности операторов;	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи

14	5	Примеры топологические векторные пространства	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
15	5	Полные нормированные пространства (Банаховые). Примеры	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
16	5	Примеры сепарабельные нормированные пространства	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
17	5	Примеры гильбертова пространства.	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
18	5	Теорема Рисса-Фишера	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
Итого: 80 ч				
VI семестр				
1	4	Построение сжимающих отображений для алгебраических уравнений	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
2	4	Построение сжимающих отображений для дифференциальных уравнений	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
3	4	Оценка погрешности в методе сжимающих отображений;	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
4	4	Функционалы в пространстве $C(a, b)$ . Примеры	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
5	4	Операторы в пространстве $C(a, b)$ . Примеры	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи
6	4	Функционалы в пространстве $L^p$ . Примеры	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
7	4	Операторы в пространстве $L^p$ . Примеры	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
8	2	Функционалы в гильбертовом пространстве	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разно уровневые задачи

9	2	Проективные операторы в гильбертовом пространстве	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
10	2	Обратный оператор. Теорема Банаха	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	тест
11	2	Метод последовательных приближений для интегральных уравнений	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Разноуровневые задачи
12	2	Теорема Банаха-Хана о распространении функционалов в нормированных-пространствах	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
13	2	Распространение операторов в нормированных-пространствах	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач
14	2	Аналитическое представление функционалов в пространстве $L^p$ .	Письменное решение упражнений и задач. ИДЗ	Решение задач

#### **4.2. Характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению**

Индивидуальные домашние задания (ИДЗ) по дисциплине «Функциональный анализ» предназначены для студентов очной форм обучения нематематических факультетов, изучающих курс математики в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) по соответствующим направлениям подготовки. Работа содержит 12 индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) по 30 вариантов в каждом, содержащих различные задания по дисциплине «Функциональный анализ».

Целью настоящего комплекта ИДЗ является ознакомление студентов с основами функциональных пространств и линейных операторов и функционалов в топологических, метрических, нормированных и гильбертовых пространствах. При решении заданий по функциональному анализу студенты отработают навыки применения методы функционального анализа к решению интегральных и дифференциальных уравнений.

В целом, самостоятельное решение индивидуальных заданий позволяет углубить теоретические знания, отработать практические навыки решения задач по дисциплине. Во введении к работе приведены примеры решения типовых заданий по теме с необходимыми методическими указаниями.

Накопление большого количества оценок за ИДЗ, самостоятельные и контрольные работы в аудитории позволяет контролировать учебный процесс, управлять им, оценивать качество усвоения изучаемого материала.

#### **4.3. Требования к предоставлению и оформлению результатов самостоятельной работы**

Данный элемент должен содержать описание целей выполнения задания студентом, в соответствии с которыми ставятся задачи, которые предстоит ему решить. Должны быть указаны правила выбора варианта, структура работы, требования к представлению и оформлению результатов (если нет методических инструкций и других руководств для выполнения), этапы выполнения.

ИДЗ (индивидуальное домашнее задание) выполняется на отдельной тетради по математике в рукописной форме. Тетрадь должна быть в клетку, желательно 48 листов. Все записи в тетрадях делать синей пастой, при необходимости выделить текст, можно использовать другие цвета. Рисунки выполняются простыми карандашами. Писать и рисовать в тетради только с разрешения преподавателя.

Решение должно быть написано в полном объеме и в понятной форме. Готовое решенное задание должно быть предоставлено преподавателю в срок сдачи. На титульном листе тетради должны быть указаны Ф.И.О. студента, направление, курс и группа.

#### **4.4. Критерии оценки выполнения самостоятельной работы по дисциплине «Функциональный анализ»**

- Критериями оценок результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:
- -уровень освоения студентами учебного материала;
- -умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- -сформированность обще учебных умений;
- -умения студента активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
- -обоснованность и четкость изложения ответа;
- -оформление материала в соответствии с требованиями;
- -умение ориентироваться в потоке информации, выделять главное;
- -умение четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;
- -умение показать, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;
- -умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.
- Критерии оценки самостоятельной работы студентов:
- Оценка «5» ставится тогда, когда:
- -Студент свободно применяет знания на практике;
- -Не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- -Студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы;
- -Студент усваивает весь объем программного материала;
- -Материал оформлен аккуратно в соответствии с требованиями;
- Оценка «4» ставится тогда, когда:
- -Студент знает весь изученный материал;
- -Отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- -Студент умеет применять полученные знания на практике;
- -В условных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя;
- -Материал оформлен недостаточно аккуратно и в соответствии с требованиями;
- Оценка «3» ставится тогда, когда:
- -Студент обнаруживает освоение основного материала, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных дополняющих вопросов преподавателя;
- -Предпочитает отвечать на вопросы воспроизводящего характера и испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы;
- -Материал оформлен не аккуратно или не в соответствии с требованиями;
- Оценка «2» ставится тогда, когда:
- -У студента имеются отдельные представления об изучаемом материале, но все, же большая часть не усвоена;



– -Материал оформлен не в соответствии с требованиями.

## **5. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **5.1. Основная литература**

1. *Ильин, В. А.* Математический анализ в 2 ч. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. <https://biblio-online.ru>
2. *Боровских, А. В.* Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 327 с. <https://biblio-online.ru>
3. *Зайцев, В. Ф.* Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка [Электронный ресурс]: учебное пособие для академического бакалавриата / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 416 с. <https://biblio-online.ru>

### **Дополнительная литература**

1. Кантарович Л.В. Акилов Ф.А. Функциональный анализ. М.: Наука. 1984, -752с.
2. Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. – М. – 2015. – 974 с.
3. Функциональный анализ: Джесси Рассел — Москва, Книга по Требованию, 2012 г.-94 с.

### **Интернет-ресурсы:**

1. <http://webmath.exponenta.ru>.
2. <http://mirknig.com>.
3. <http://www.toehelp.ru>.
4. <https://biblio-online.ru>
5. <http://e.lanbook.com>

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины:

Работа с литературой – 1 час в неделю;

Подготовка к практическому занятию – 1 час;

Подготовка к зачету – 5 часов;

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. В течение недели выбрать время для работы с литературой по высшей и элементарной математике.

2. При подготовке к практическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи. Если это не дало результатов, и Вы сделали задачу «по образцу» аудиторной задачи, или из методического пособия, нужно после решения такой задачи обдумать ход решения и попробовать решить аналогичную задачу самостоятельно.

Основная часть теоретического материала курса дается в ходе практических занятий, хотя часть материала может изучаться и самостоятельно по

учебной литературе. При изучении теоретического материала следует обратить внимание на следующие моменты.

Понятие функции часто встречается в школьном курсе математики и хорошо знакомо учащимся. Умение находить область определения и множество значений, нули функции, промежутки знакопостоянства и монотонности, точки экстремума – залог успешного решения задач единого экзамена. Можно выделить два обобщенных умения, связанных с исследованием свойств функций:

1) уметь «читать» график функции и переводить его свойства с графического языка на алгебраический и наоборот;

2) уметь работать с формулой, задающей функцию, обосновывая или проверяя наличие указанных свойств, что связывает задачи данного блока и с другими темами школьного курса (решение уравнений и неравенств, вычисление производных и др.)

В подготовке к решению подобных заданий поможет таблица, в которой перечислены свойства функций и дан их перевод на язык графиков.

Другим важным умением является умение оперировать с формулой, задающей функцию. Причем работа с формулой связывает задания данного блока с другими темами курса алгебры и начала анализа.

Рекомендуется использовать текст лекций преподавателя (если он имеется), пользоваться рекомендациями по изучению дисциплины; использовать литературу, рекомендуемую составителями программы; использовать вопросы к зачету, примерные контрольные работы. Учесть требования, предъявляемые к студентам и критерии оценки знаний.

При выполнении домашних заданий необходимо сначала прочитать основные понятия и теоремы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи.

## **7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Аудитории Естественного факультета, в которых проводятся занятия по дисциплине «Функциональный анализ» оснащены проектором для проведения презентаций, чтобы сделать более наглядными и понятными доказательства теорем, методики и алгоритмы решения задач и примеров, иллюстрирующих теоретические выводы и их прикладную направленность. Также в университете имеется обширный библиотечный фонд, не только печатных, но и электронных изданий, с которыми студенты могут ознакомиться в открытом доступе.

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

*Форма итоговой аттестации зачет, экзамен.*

*Форма промежуточной аттестации (1 и 2 рубежный контроль) проводится путем выполнения самостоятельного задания.*

**Итоговая система оценок по кредитно-рейтинговой системе с использованием буквенных символов**

**Таблица 7**

<b>Оценка по буквенной системе</b>	<b>Диапазон соответствующих наборных баллов</b>	<b>Численное выражение оценочного балла</b>	<b>Оценка по традиционной системе</b>
------------------------------------	---	---	---------------------------------------

<b>A</b>	10	95-100	Отлично
<b>A</b>	9	90-94	
<b>B+</b>	8	85-89	Хорошо
<b>B</b>	7	80-84	
<b>B-</b>	6	75-79	
<b>C+</b>	5	70-74	Удовлетворительно
<b>C</b>	4	65-69	
<b>C-</b>	3	60-64	
<b>D+</b>	2	55-59	
<b>D</b>	1	50-54	
<b>Fx</b>	0	45-49	Неудовлетворительно
<b>F</b>	0	0-44	

*Содержание текущего контроля, промежуточной аттестации, итогового контроля раскрываются в фонде оценочных средств, предназначенных для проверки соответствия уровня подготовки по дисциплине требованиям ФГОС ВО.*

*ФОС по дисциплине является логическим продолжением рабочей программы учебной дисциплины. ФОС по дисциплине прилагается.*